

6 Esercizi

Esercizio 1 (equazioni ellittiche)

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0; x \in [0, 1], y \in [0, 1] \\ T(0, y) = -800y^2 + 800y + 300 \text{ (condizione al contorno di Dirichlet)} \\ T(1, y) = 300 \text{ (condizione al contorno di Dirichlet)} \\ T(x, 0) = 300 \text{ (condizione al contorno di Dirichlet)} \\ T(x, 1) = 300 \text{ (condizione al contorno di Dirichlet)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0; x \in [0, 1], y \in [0, 1] \\ T(0, y) = 300 \text{ (condizione al contorno di Dirichlet)} \\ \frac{\partial T}{\partial x}(1, y) = 100 \text{ (condizione al contorno di Neumann)} \\ T(x, 0) = 300 \text{ (condizione al contorno di Dirichlet)} \\ T(x, 1) = 300 \text{ (condizione al contorno di Dirichlet)} \end{cases}$$

Risolvere con metodo diretto e iterativo.

Esercizio 2 (equazioni paraboliche)

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}; x \in [0, 1], t \in [0, .25], \alpha = 1 \\ T(t, x = 0) = 0 \\ T(t, x = 1) = 0 \\ T(t = 0, x) = x(1 - x) \end{cases}$$

Risolvere con:

- Metodo Esplicito
- Crank-Nicholson

Esercizio 3 (equazioni iperboliche)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x}; x \in [0, 1], t \in [0, 0.2], c = 2 \\ u(t, x = 0) = 0 \\ u(t, x = 1) = 0 \\ \left\{ \begin{array}{ll} \text{se } x_1 \leq x \leq x_2 & u(t = 0, x) = \frac{1}{2}(1 + \cos(c_1 + c_2 x)) \\ \text{altrimenti} & u(t = 0, x) = 0 \end{array} \right. \\ x_1 = 0.2 \\ x_2 = 0.4 \\ c_1 = -\pi \left(1 + \frac{2x_1}{x_2 - x_1}\right) \\ c_2 = \frac{2\pi}{x_2 - x_1} \end{array} \right.$$

Risolvere con:

- Metodo centrato
- Lax-Friedrichs
- Lax-Wendroff
- Metodo upwind