

Esercizio 1 sulla compressione semplice D.M.14/01/2008.

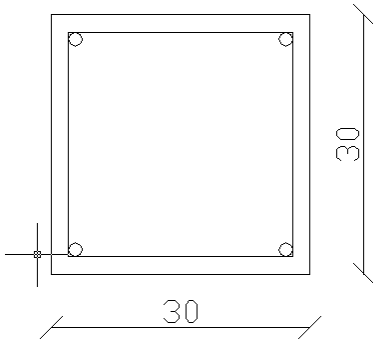
Valutare la sollecitazione Nrd della sezione quadrata ($b = h = 300 \text{ mm}$) di un pilastro armato con 4 $\Phi 16$ e staffe $\Phi 8$ con passo 15 cm.

Utilizziamo i seguenti materiali:

-calcestruzzo classe di resistenza C28/35 (Rck pari a 35 MPa, fck pari a 28 MPa);

-acciaio B450C le cui caratteristiche sono le seguenti: $f_{yk}=450\text{MPa}$, $E_s=206000 \text{ MPa}$.

Risoluzione



Punto 4.1.2.1.1.1 Testo unico: $f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_c$

α_{cc} coefficiente riduttivo per le resistenze di lunga durata;

γ_c coefficiente parziale di sicurezza relativo al calcestruzzo;

f_{ck} resistenza caratteristica cilindrica compressione del calcestruzzo a 28 giorni.

Punto 4.1.2.1.1.3: $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$

f_{yk} = tensione caratteristica di snervamento dell'acciaio;

γ_s coefficiente parziale di sicurezza relativo all'acciaio.

$$f_{cd} = \frac{0,85 \cdot 28}{1,5} = 15,87 \text{ MPa} \quad \text{e} \quad f_{yd} = \frac{450}{1,15} = 391,30 \text{ MPa}$$

$$A_c = 300 \cdot 300 = 90.000 \text{ mm}^2$$

$$A_s = (4\phi 16) = 804 \text{ mm}^2$$

$$N_{rd} = 0,8 f_{cd} \cdot A_c + A_{s,tot} \cdot f_{yd} = 0,8 \cdot 90.000 \cdot 15,87 + 804 \cdot 391,4 = 1.457.325,6 \text{ N}$$

La verifica è soddisfatta se N_{rd} , sollecitazione che porta a rottura la sezione, risulta maggiore della sollecitazione di calcolo N_{ed} calcolata agli stati limite ultimi.

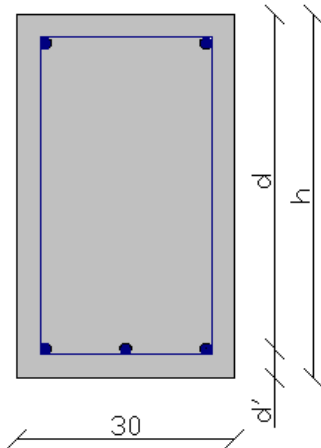
¹ L'area del calcestruzzo può essere calcolata, in via cautelativa, escludendo le zone del conglomerato poste al di là delle staffe (copriferro). Ad esempio, nel nostro caso avremmo, con un copriferro pari a 30 mm:
 $A_c = 240 \cdot 240 = 57.600 \text{ mm}^2$.

ESERCIZIO 2 Progetto allo SLU di una sezione rettangolare con semplice armatura per flessione.

Progettare allo SLU l'altezza utile d e l'armatura tesa A_s della sezione (Base 300 mm) per M_{sd} pari a 150 KNm, realizzata con calcestruzzo classe di resistenza C28/35 (R_{ck} pari a 35 MPa, f_{ck} pari a 28 MPa) e acciaio B450C le cui caratteristiche sono le seguenti:
 $f_{yk}=450\text{MPa}$, $E_s=206000\text{ MPa}$.

Dati: b , M_{sd} , caratteristiche meccaniche materiali.

Incognite: d , A_s .



Risoluzione

Note le caratteristiche dei materiali otteniamo:

Punto 4.1.2.1.1.1: $f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_c$

α_{cc} coefficiente riduttivo per le resistenze di lunga durata;

γ_c coefficiente parziale di sicurezza relativo al calcestruzzo;

f_{ck} resistenza caratteristica cilindrica compressione del calcestruzzo a 28 giorni.

Punto 4.1.2.1.1.3: $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$

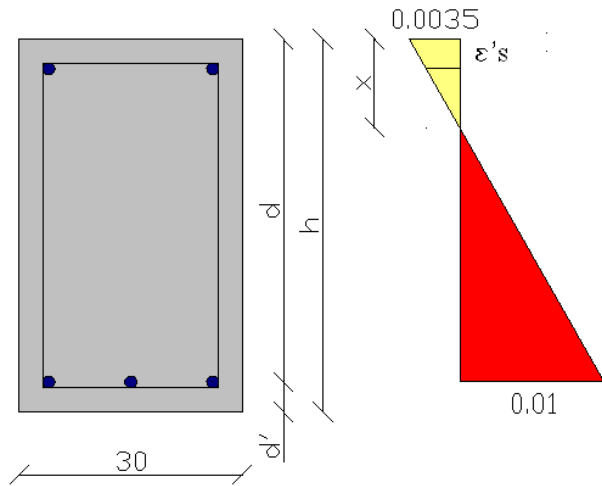
f_{yk} = tensione caratteristica di snervamento dell'acciaio;

γ_s coefficiente parziale di sicurezza relativo all'acciaio.

$$f_{cd} = \frac{0,85 \cdot 28}{1,5} = 15,87 \text{ MPa} \quad \text{e} \quad f_{yd} = \frac{450}{1,15} = 391,30 \text{ MPa}$$

Lo SLU per flessione coincide con il raggiungimento della massima capacità de formativa del calcestruzzo pari a $\epsilon_c = 0,0035$.

E' necessario assegnare un valore limite alla deformazione dell'acciaio assumendo la deformazione ϵ_s pari a 0,01.



Con armatura equilibrata abbiamo la contemporanea rottura del calcestruzzo e dell'acciaio, pertanto, possiamo scrivere:

$$0,0035 : X = 0,010 : (d - X) \rightarrow X = 0,259 \cdot d$$

$$C = fcd \cdot \beta \cdot X \cdot b = 0,8 \cdot 0,259 \cdot d \cdot b \cdot fcd = 0,207 \cdot b \cdot d \cdot fcd \quad ^1$$

$$Z = As \cdot fyd$$

Poiché la risultante delle compressioni deve essere uguale alla risultante delle trazioni, otteniamo che il momento resistente di calcolo sarà così esprimibile:

$$Mrd = C \cdot Z = C \cdot (d - k \cdot X) = 0,207 \cdot fcd \cdot b \cdot d \cdot (d - 0,4 \cdot 0,259 \cdot d)$$

$$Mrd = 0,207 \cdot fcd \cdot b \cdot d^2 \cdot (1 - 0,4 \cdot 0,259)$$

Poichè noi conosciamo già il momento sollecitante di calcolo Msd , da quest'ultima formula possiamo ricavare l'altezza utile della sezione con armatura equilibrata:

$$d = \sqrt{\frac{Msd}{0,185 \cdot fcd \cdot b}} = \sqrt{\frac{150000000}{0,185 \cdot 15,87 \cdot 300}}$$

$$d = 412,68 \text{ mm}$$

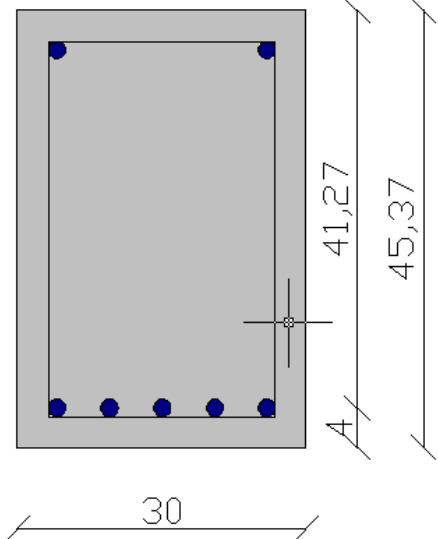
Dalla relazione $C = T$ ottengo:

$$As = \frac{0,207 \cdot b \cdot d \cdot fcd}{fyd} = \frac{0,207 \cdot 300 \cdot 412,68 \cdot 15,87}{391,3}$$

¹ Si ricordi che i coefficienti β e k sono ricavabili dalle seguenti espressioni approssimate:

$$\beta = \left(1,6 - 0,8 \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cu}} \right) \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cu}} ; \quad k = 0,33 + 0,07 \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cu}}$$

$A_s = 1039,4 \text{ mm}^2$ pari a $5\phi 18$ A_s effettiva $1272,3\text{mm}^2$

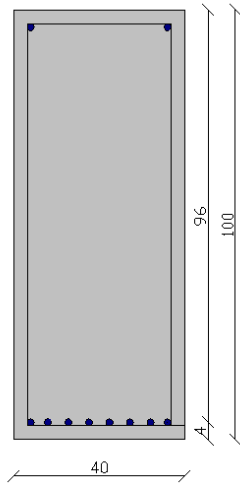


ESERCIZIO 3 Progetto dell'armatura della sezione inflessa noti M_{sd} , b , d e le caratteristiche meccaniche dei materiali.

Progettare le armature della sezione rettangolare ($b = 40$ cm, $h = 100$ cm, $d' = 4$ cm) per $M_{sd} = 450$ KNm, realizzata con calcestruzzo classe di resistenza C28/35 (R_{ck} pari a 35 MPa, f_{ck} pari a 28 MPa) e acciaio B450C le cui caratteristiche sono le seguenti: $f_{yk} = 450$ MPa, $E_s = 206000$ MPa.

Dati: $b, d = h - d'$, M_{sd} , caratteristiche meccaniche materiali.

Incognite: A_s .



Risoluzione

Note le caratteristiche dei materiali otteniamo:

Punto 4.1.2.1.1.1: $f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_c$

α_{cc} coefficiente riduttivo per le resistenze di lunga durata;

γ_c coefficiente parziale di sicurezza relativo al calcestruzzo;

f_{ck} resistenza caratteristica cilindrica compressione del calcestruzzo a 28 giorni.

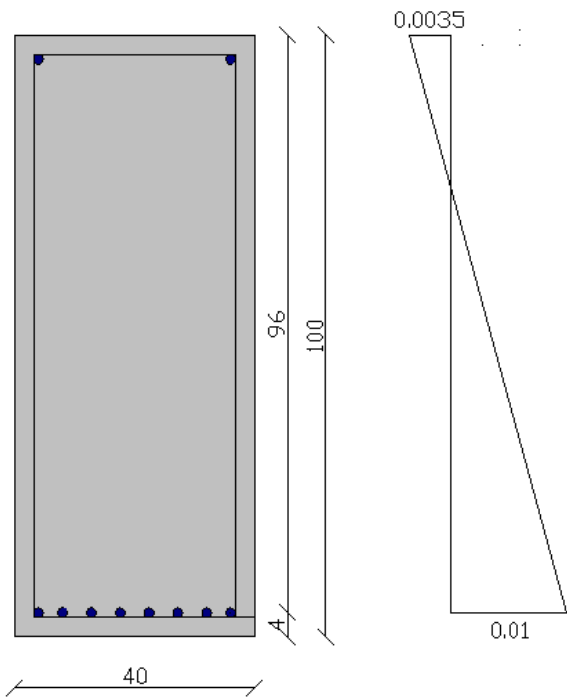
Punto 4.1.2.1.1.3: $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$

f_{yk} = tensione caratteristica di snervamento dell'acciaio;

γ_s coefficiente parziale di sicurezza relativo all'acciaio.

$$f_{cd} = \frac{0,85 \cdot 28}{1,5} = 15,87 \text{ MPa} \quad \text{e} \quad f_{yd} = \frac{450}{1,15} = 391,30 \text{ MPa}$$

Si tratta evidentemente di un progetto condizionato; decidiamo pertanto di armare la nostra sezione mirando ad ottenere un'armatura equilibrata e quindi un grado di duttilità (x/d) prossimo a 0,259.



Con armatura equilibrata la sezione necessiterà della seguente armatura tesa:

$$A_s = 0,207 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot b \cdot d = 3224 \text{ mm}^2$$

Pertanto saranno necessari:

8 Φ 24 i quali hanno un'area pari a 3619 mm².

Esercizio 4 (Progetto doppia armatura)

Progettare allo SLU le armature longitudinali di una sezione rettangolare ($b = 300 \text{ mm}$, $h = 350 \text{ mm}$, $d = 300 \text{ mm}$) per M_{sd} pari a 150 KNm , realizzata con calcestruzzo con calcestruzzo classe di resistenza C28/35 (R_{ck} pari a 35 MPa , f_{ck} pari a 28 MPa) e acciaio B450C le cui caratteristiche sono le seguenti: $f_{yk}=450\text{MPa}$, $E_s=206000 \text{ MPa}$.

Dati: b , h , d , M_{sd} , caratteristiche meccaniche materiali.

Incognite: A_s , A'_s .

Risoluzione

Note le caratteristiche dei materiali otteniamo:

Punto 4.1.2.1.1.1: $f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_c$

α_{cc} coefficiente riduttivo per le resistenze di lunga durata;

γ_c coefficiente parziale di sicurezza relativo al calcestruzzo;

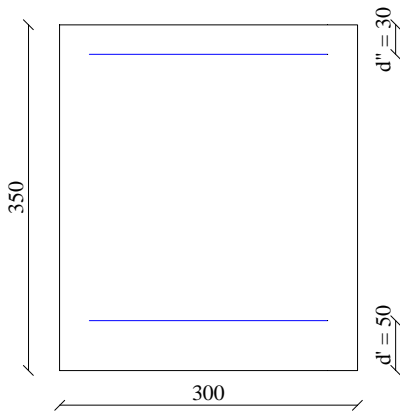
f_{ck} resistenza caratteristica cilindrica compressione del calcestruzzo a 28 giorni.

Punto 4.1.2.1.1.3: $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$

f_{yk} = tensione caratteristica di snervamento dell'acciaio;

γ_s coefficiente parziale di sicurezza relativo all'acciaio.

$$f_{cd} = \frac{0,85 \cdot 28}{1,5} = 15,87 \text{ MPa} \quad \text{e} \quad f_{yd} = \frac{450}{1,15} = 391,30 \text{ MPa}$$



Considerando armatura equilibrata, troviamo (utilizzando il diagramma stress-block):

$$\bar{x} = (\omega_s - \omega'_s) d$$

ricordando che:

$$x = \frac{\bar{x}}{\beta_0}; \quad \omega_s = \frac{A_s \cdot f_{sd}}{bd \cdot f_{cd}}; \quad \omega'_s = \frac{A'_s \cdot f_{sd}}{bd \cdot f_{cd}}$$

Imponendo che

$$\varepsilon_s = -\frac{d-x}{x} \varepsilon_{cu} = 0,010$$

e cioè $x = 0,259d = 0,259 \cdot 300 \cong 78 \text{ mm}$;

$\bar{x} = 0,8 \cdot 0,259d = 0,8 \cdot 0,259 \cdot 300 \cong 62,2 \text{ mm}$ (limite del campo a)

verifichiamo la deformazione nell'acciaio compresso per vedere se anch'esso è snervato:

$$\varepsilon'_s = \left(1 - \frac{d''}{x}\right) \cdot \varepsilon_{cu} \leq -\varepsilon_{yd} = \frac{f_{sd}}{E_s} \Rightarrow \varepsilon'_s = \left(1 - \frac{30}{78}\right) \cdot 0,0035 = 0,00215 \leq -\varepsilon_{yd} = \frac{391,3}{206000} = -0,00189$$

L'acciaio compresso risulta anch'esso snervato.

Il momento resistente vale allora:

$$Mrd = As \cdot fsd \left(d - \frac{\bar{x}}{2} \right) + A's \cdot fsd \left(\frac{\bar{x}}{2} - d'' \right)$$

A questo punto dobbiamo stabilire il rapporto tra armatura tesa e compressa: poniamo $A's = 0,5 As$, si ottiene:

$$As \geq \frac{Msd}{\left[fsd \cdot \left(d - \frac{\bar{x}}{2} \right) + 0,5 \cdot fsd \cdot \left(\frac{\bar{x}}{2} - d'' \right) \right]} = 1489 \cdot mm^2$$

A questo punto occorre scegliere il diametro e il numero dei ferri e passare alla verifica:
Scegliamo:

$$As = 1527 \text{ mm}^2 \quad 6\Phi 18 \quad A's = 763 \text{ mm}^2 \quad 3\Phi 18$$

Ponendo:

$$\xi = (\omega s - \omega' s) / 0,8 = \left(\frac{As \cdot fsd}{bd \cdot fcd} - \frac{A's \cdot fsd}{bd \cdot fcd} \right) / 0,8 \cong 0,30$$

Si ottiene:

$$\varepsilon_s = -\frac{1-\xi}{\xi} \varepsilon_{cu} = 0,0081 \geq \varepsilon_{yd}$$

$$-\varepsilon' s = -\frac{\xi - d''/d}{\xi} \varepsilon_{cu} = -0,002336 \geq \varepsilon_{yd}$$

Sia l'acciaio teso che quello compresso sono snervati per cui risulta:

$$\bar{x} = 0,8x = 0,8 \cdot \xi \cdot d = 0,8 \cdot 0,3 \cdot 300 = 72 \text{ mm}$$

$$z_s = d - 0,5\bar{x} = 300 - 0,5 \cdot 72 = 264 \text{ mm} \leq 0,96d = 288 \text{ mm}$$

$$z'_s = 0,5\bar{x} - d'' = 0,5 \cdot 72 - 30 = 6 \text{ mm}$$

Da cui risulta un momento resistente:

$$Mrd = As \cdot fsd \cdot z_s + A's \cdot fsd \cdot z'_s = 1527 \cdot 391,3 \cdot 288 + 763 \cdot 391,3 \cdot 6 = 173,9 \text{ KNm} > Msd$$

ESERCIZIO 5 Verifica sezione rettangolare

Verificare una sezione in cemento armato caratterizzata da:

$$b = 30 \text{ cm};$$

$$h = 50 \text{ cm};$$

$$d = 4 \text{ cm};$$

$$M_{sd} = 120 \text{ KNm}$$

realizzata con calcestruzzo classe di resistenza C25/30 (R_{ck} pari a 30 MPa, f_{ck} pari a 25 MPa) e acciaio B450C le cui caratteristiche sono le seguenti: $f_{yk} = 450 \text{ MPa}$, $E_s = 206000 \text{ MPa}$. Consideriamo una sezione armata sia in zona tesa che in zona compressa con $4\Phi 16$ $A_s = A'_s = 804 \text{ mm}^2$.

Risoluzione

Note le caratteristiche dei materiali otteniamo:

$$\text{Punto 4.1.2.1.1.1: } f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_c$$

α_{cc} coefficiente riduttivo per le resistenze di lunga durata;

γ_c coefficiente parziale di sicurezza relativo al calcestruzzo;

f_{ck} resistenza caratteristica cilindrica compressione del calcestruzzo a 28 giorni.

$$\text{Punto 4.1.2.1.1.3: } f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$$

f_{yk} = tensione caratteristica di snervamento dell'acciaio;

γ_s coefficiente parziale di sicurezza relativo all'acciaio.

$$f_{cd} = \frac{0,85 \cdot 25}{1,5} = 14,17 \text{ MPa} \quad \text{e} \quad f_{yd} = \frac{450}{1,15} = 391,30 \text{ MPa}$$

Lo SLU per flessione coincide con il raggiungimento della massima capacità deformativa del calcestruzzo pari a $\epsilon_c = 0,0035$.

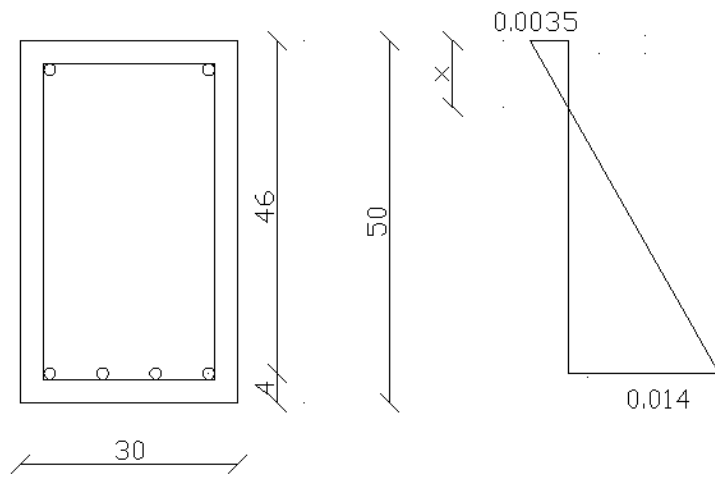
Dobbiamo cercare il meccanismo di collasso che porta a rottura la sezione.

Dall'equazione di equilibrio alla traslazione C=T ricavo l'asse neutro pari a:

$$x = \frac{f_{yd} \cdot A_s}{f_{cd} \cdot 0,8 \cdot b} = \frac{391,30 \cdot 804}{14,17 \cdot 0,8 \cdot 300} = 92,51 \text{ mm}$$

$$\epsilon_s = \frac{\epsilon_{cu}(d - x)}{x} = \frac{0,0035(460 - 92,51)}{92,51} = 0,014$$

risulta $\epsilon_s \geq \epsilon_{yd}$



Il momento resistente risulta pari a:

$$M_{rd} = T z = f_{yd} A_s (d - kx)$$

$$M_{rd} = 391,30 \cdot 804 (460 - 0,4 \cdot 92,51) = 133,08 \text{ KNm}$$

Verifica $M_{rd} \geq M_{sd}$

Esercizio 6 Elementi senza armature trasversali resistenti a taglio

Verificare allo SLU per taglio la sezione trasversale all'appoggio di un travetto latero - cementizio sollecitato a $V_{Ed} = 15 \text{ KN}$, di sezione $h = 24 \text{ cm}$, $B = 50 \text{ cm}$, $b_o = 12 \text{ cm}$, $s = 4 \text{ cm}$, $A_s = 2 \Phi 12 + 1 \Phi 14$ e $A's = 2 \Phi 12$, realizzata con calcestruzzo classe di resistenza C28/35 (R_{ck} pari a 35 MPa, f_{ck} pari a 28 MPa) e acciaio B450C le cui caratteristiche sono le seguenti: $f_{yk} = 450 \text{ MPa}$, $E_s = 206000 \text{ MPa}$.

Risoluzione

Note le caratteristiche dei materiali otteniamo:

Punto 4.1.2.1.1.1: $f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_c$

α_{cc} coefficiente riduttivo per le resistenze di lunga durata;

γ_c coefficiente parziale di sicurezza relativo al calcestruzzo;

f_{ck} resistenza caratteristica cilindrica compressione del calcestruzzo a 28 giorni.

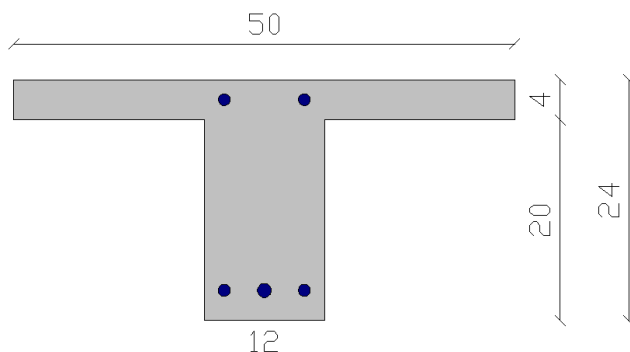
Punto 4.1.2.1.1.3: $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$

f_{yk} = tensione caratteristica di snervamento dell'acciaio;

γ_s coefficiente parziale di sicurezza relativo all'acciaio.

$$f_{cd} = \frac{0,85 \cdot 28}{1,5} = 15,87 \text{ MPa} \quad \text{e} \quad f_{yd} = \frac{450}{1,15} = 391,30 \text{ MPa}$$

$$A_s = 380 \text{ mm}^2, \quad A's = 226 \text{ mm}^2$$



La normativa ci dice che i solai possono essere realizzati senza armatura a taglio se $M_{sd} \leq M_{rd}$.

La verifica di resistenza (SLU) si pone con

$$V_{Rd} \geq V_{Ed} \quad (4.1.13)$$

dove V_{Ed} è il valore di calcolo dello sforzo di taglio agente.

$$V_{Rd} = \left\{ 0,18 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} / \gamma_c + 0,15 \cdot \sigma_{cp} \right\} \cdot b_w \cdot d \geq (v_{\min} + 0,15 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d \quad (4.1.14)$$

Dove:

$$k = 1 + (200/d)^{1/2} \leq 2$$

$$v_{\min} = 0,035k^{3/2}f_{ck}^{1/2}$$

e dove

d è l'altezza utile della sezione (in mm);

$\rho_l = A_{s_l}/(b_w \cdot d)$ è il rapporto geometrico di armatura longitudinale ($\leq 0,02$);

$\sigma_{cp} = N_{Ed}/A_c$ è la tensione media di compressione nella sezione ($\leq 0,2 f_{cd}$);

b_w è la larghezza minima della sezione(in mm).

Nel nostro caso:

$$f_{ck} = 28 \text{ MPa}$$

$$d = 210 \text{ mm}$$

$$K = 1 + (200/210)^{1/2} = 1,976$$

$$v_{\min} = 0,035 \cdot (1,976)^{3/2} \cdot 28 = 2,722$$

$$\rho_l = \frac{A_{s_l}}{b_w \cdot d} = \frac{380}{120 \cdot 210} = 0,0151$$

$\delta = 1$ in assenza di precompressione

Otteniamo allora il seguente taglio ultimo resistente:

$$V_{rd} = \frac{0,18 \cdot 1,976 \cdot (100 \cdot 0,0151 \cdot 28) \cdot 120 \cdot 210}{1,5} \geq (2,722 \cdot 120 \cdot 210)$$

$$V_{rd} = 252.640,93 \text{ N} \geq 6859,4$$

Il V_{rd} risulta essere maggiore del V_{sd} (15000 N), pertanto la nostra sezione è verificata.

Esercizio 7 Elementi con armature trasversali resistenti a taglio

Verificare allo SLU la trave in cemento armato di luce 8 m, con sezione costante 30 · 70 cm e armatura schematizzata in figura, sollecitata a:

$$M_{sd}(z) = -200 + 221 \cdot z - 30 \cdot z^2$$

$$V_{sd}(z) = 221 - 60 \cdot z$$

I materiali impiegati sono:

-calcestruzzo classe di resistenza C28/35 (Rck pari a 35 MPa, fck pari a 28 MPa);

-acciaio B450C le cui caratteristiche sono le seguenti: $f_{yk}=450\text{MPa}$, $E_s=206000\text{ MPa}$.

Risoluzione

Note le caratteristiche dei materiali otteniamo:

Punto 4.1.2.1.1.1: $f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_c$

α_{cc} coefficiente riduttivo per le resistenze di lunga durata;

γ_c coefficiente parziale di sicurezza relativo al calcestruzzo;

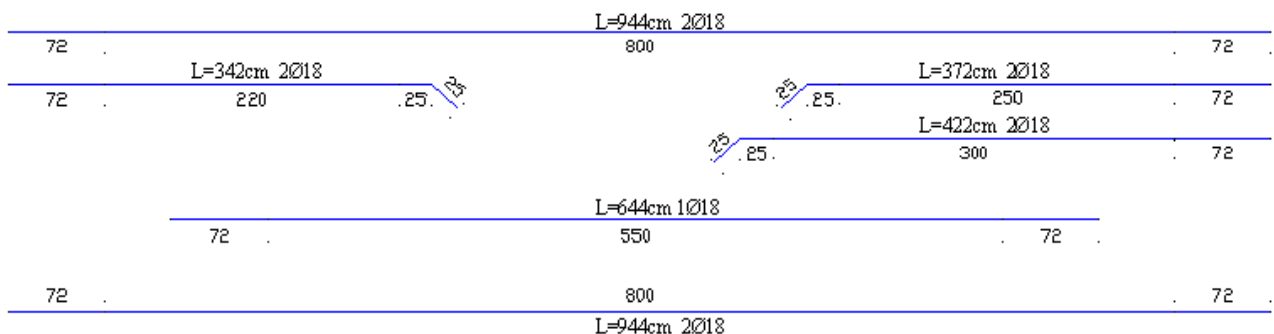
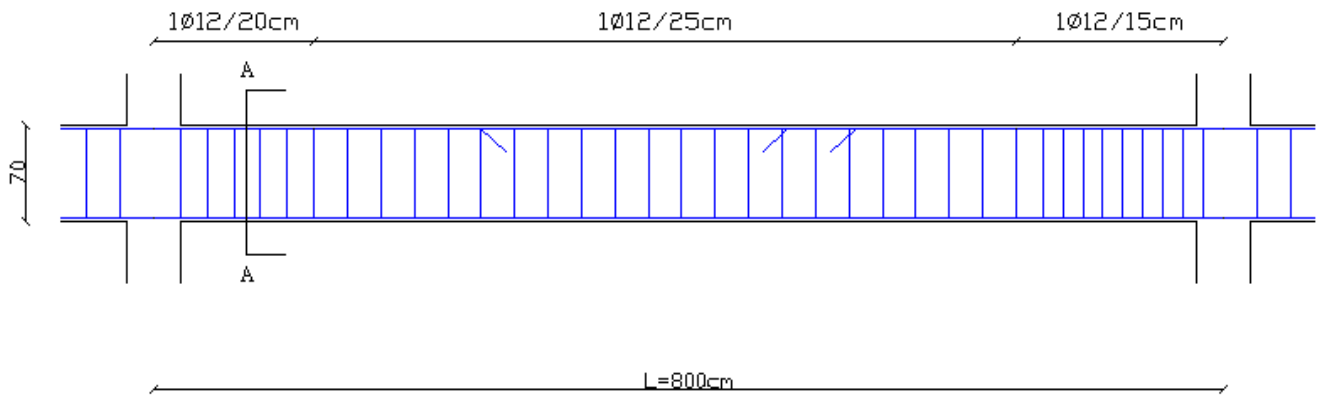
fck resistenza caratteristica cilindrica compressione del calcestruzzo a 28 giorni.

Punto 4.1.2.1.1.3: $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$

f_{yk} = tensione caratteristica di snervamento dell'acciaio;

γ_s coefficiente parziale di sicurezza relativo all'acciaio.

$$f_{cd} = \frac{0,85 \cdot 28}{1,5} = 15,87 \text{ MPa} \quad \text{e} \quad f_{yd} = \frac{450}{1,15} = 391,30 \text{ MPa}$$



Procediamo ora con la verifica a taglio:

Punto: 4.1.2.1.3.2 Elementi con armature trasversali resistenti al taglio

La resistenza a taglio V_{Rd} di elementi strutturali dotati di specifica armatura a taglio deve essere valutata sulla base di una adeguata schematizzazione a traliccio. Gli elementi resistenti dell'ideale traliccio sono: le armature trasversali, le armature longitudinali, il corrente compresso di calcestruzzo e i puntoni d'anima inclinati. L'inclinazione θ dei puntoni di calcestruzzo rispetto all'asse della trave deve rispettare i limiti seguenti:

$$1 \leq \operatorname{ctg} \theta \leq 2,5 \quad (4.1.16) \quad 45^\circ \leq \theta \leq 21,81^\circ$$

La verifica di resistenza (SLU) si pone con

$$V_{Rd} \geq V_{Ed} \quad (4.1.17)$$

dove V_{Ed} è il valore di calcolo dello sforzo di taglio agente.

Nel caso in esame $V_{Ed} (dx) = 259 \text{ KN}$, $V_{Ed} (sx) = 221 \text{ KN}$.

Con riferimento all'armatura trasversale, la resistenza di calcolo a "taglio trazione" si calcola con:

$$V_{Rsd} = 0,9 \cdot d \cdot \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{yd} \cdot (\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \theta) \cdot \sin \alpha$$

Con riferimento al calcestruzzo d'anima, la resistenza di calcolo a "taglio compressione" si calcola con:

$$V_{Rcd} = 0,9 \cdot d \cdot b_w \cdot \alpha_c \cdot f'_{cd} \cdot (\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \theta) / (1 + \operatorname{ctg}^2 \theta)$$

La resistenza al taglio della trave è la minore delle due sopra definite:

$$V_{Rd} = \min (V_{Rsd}, V_{Rcd}) \quad (4.1.20)$$

Dove:

d è l'altezza utile della sezione (in mm);

$\sigma_{cp} = N_{Ed}/A_c$ è la tensione media di compressione nella sezione ($\leq 0,2 f_{cd}$);

b_w è la larghezza minima della sezione (in mm);

A_{sw} area dell'armatura trasversale;

s interasse tra due armature trasversali consecutive;

α angolo di inclinazione dell'armatura trasversale rispetto all'asse della trave;

f'_{cd} resistenza a compressione ridotta del calcestruzzo d'anima ($f'_{cd} = 0,5 f_{cd}$);

α_c coefficiente maggiorativo pari a:

-1 per membrature non compresse;

-1 + σ_{cp}/f_{cd} per $0 \leq \sigma_{cp} < 0,25 f_{cd}$;

-1,25 per $0,25 f_{cd} \leq \sigma_{cp} \leq 0,5 f_{cd}$;

-2,5(1 - σ_{cp}/f_{cd}) per $0,5 f_{cd} < \sigma_{cp} < f_{cd}$;

Per conoscere l'angolo di inclinazione delle bielle di calcestruzzo, si impone il cedimento simultaneo delle bielle di calcestruzzo e delle staffe uguagliando i secondi membri delle formule sapendo che nel caso in esame non sono presenti barre inclinate, $\alpha = 90^\circ$ pertanto $\operatorname{ctg} \alpha = 0$, $\sin \alpha = 1$;

$$VR_{sd} = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_{sw} \cdot f_{yd} \cdot \cot g \theta}{s} ;$$

$$VR_{cd} = \frac{0,9 \cdot d \cdot \alpha_c \cdot b_w \cdot f'_{cd}}{\cot g \theta + \tan g \theta}$$

$$\frac{0,9 \cdot d \cdot A_{sw} \cdot f_{yd} \cdot \cot g \theta}{s} = \frac{0,9 \cdot d \cdot \alpha_c \cdot b_w \cdot f'_{cd}}{\cot g \theta + \tan g \theta}$$

$$\text{Da cui risulta } \sin^2 g \theta = \frac{A_{sw} \cdot f_{yd}}{b_w \cdot s \cdot (\alpha_c f'_{cd})}$$

Da questa formula otteniamo l'angolo di inclinazione delle bielle compresse.

$$\sin^2 g \theta = \frac{226 \cdot 391,3}{300 \cdot 150 \cdot 0,5 \cdot 15,87} = 0,24766$$

$$\cot g \theta = 1,74$$

$$1 \leq \cot g \theta \leq 2,5$$

Dove s è il passo delle staffe e A_{sw} è l'area delle stesse. Poiché usiamo delle staffe Φ12 a due bracci, queste avranno la seguente area totale:

$$A_{sw} = 2 \cdot 113 \text{ mm}^2 = 226 \text{ mm}^2$$

Infine dall'espressione del taglio resistente dell'armatura trasversale VR_{sd} o analogamente dall'espressione del taglio resistente delle bielle compresse VR_{cd} è possibile calcolare il taglio resistente della sezione VR_d, ossia:

$$V_{Rsd} = 0,9 \cdot d \cdot \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{yd} \cdot (\cot g \alpha + \cot g \theta) \cdot \sin \alpha$$

$$VR_{sd} = \frac{0,9 \cdot 660 \cdot 226 \cdot 391,3 \cdot 1,74}{150} = 609344,26 \text{ N} = 609,34 \text{ KN}$$

$$V_{Rcd} = 0,9 \cdot d \cdot b_w \cdot \alpha_c \cdot f'_{cd} \cdot (\cot g \alpha + \cot g \theta) / (1 + \cot g^2 \theta)$$

$$VR_{cd} = \frac{0,9 \cdot 660 \cdot 1 \cdot 300 \cdot 0,5 \cdot 15,87 \cdot 1,74}{1 + 1,74^2} = 610882,31 \text{ N} = 610,88 \text{ KN}$$

La resistenza al taglio della trave è la minore delle due sopra definite:

$$VR_d = VR_{sd} = VR_{cd} \approx 609 \text{ KN}$$

e poiché V_{sd} (dx) = 259 KN, V_{sd} (sx) = 221 KN
la verifica è soddisfatta.

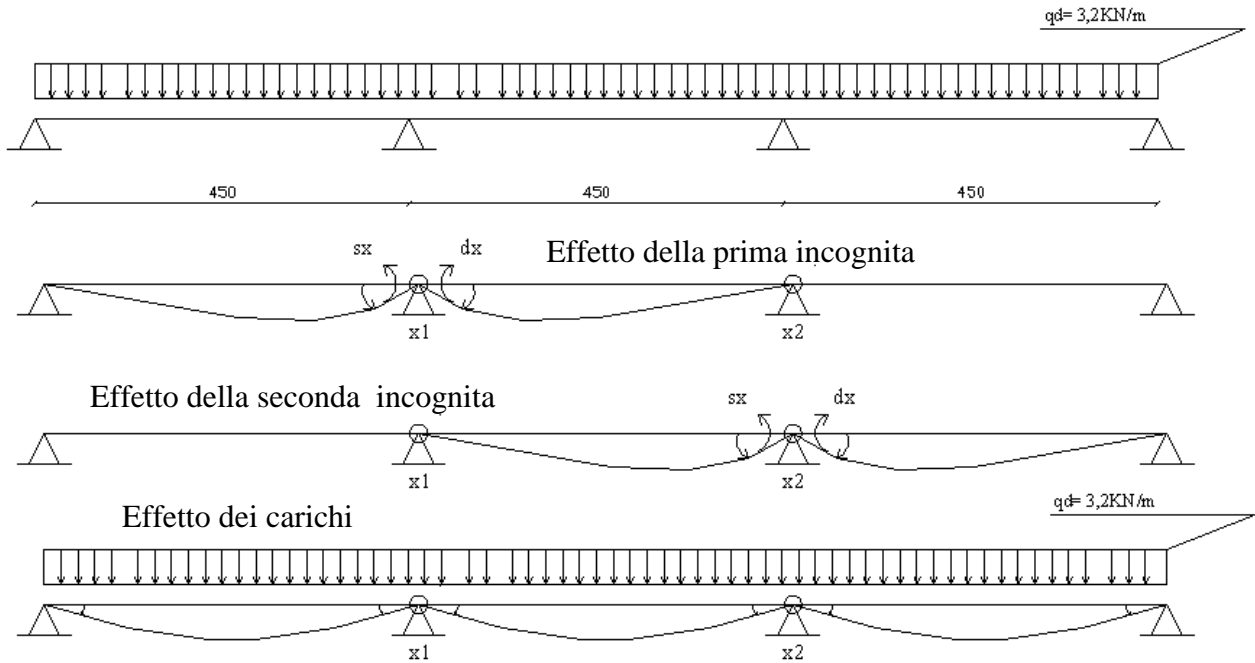
Procedendo allo stesso modo per le altre staffe con passi differenti, otteniamo:

Passo s (mm)	cotgθ	VR _{cd} (KN)	VR _{sd} (KN)	VR _d (KN)	V _{sd} (KN)
--------------	-------	--------------------------	--------------------------	-------------------------	-------------------------

150 per un tratto pari a 1,6m (estremo dx)	1,74	610,88	609,34	609,34	259
200 per un tratto pari a 1,2 m (estremo sx)	2,09	550,53	548,93	548,93	221
250	2,39	503,49	502,18	502,18	169

Anche questa verifica risulta essere positiva, infatti i diversi V_{Rrdmax} sono maggiori rispetto ai relativi V_{sd} .

Metodo delle forze.



Consideriamo positiva la rotazione oraria.

Equazioni di congruenza:

$$\varphi_{R1}=0 \quad \varphi_{dx} - \varphi_{sx} = 0$$

$$\varphi_{R2}=0$$

$$\varphi_{R1} = \left(\frac{l}{3EJ} - \left(\frac{l}{3EJ} \right) \right) \cdot x1 + \left(\frac{l}{6EJ} - 0 \right) \cdot x2 + \left(\frac{ql^3}{24EJ} - \left(-\frac{ql^3}{24EJ} \right) \right) = 0$$

$$\varphi_{R2} = \left(0 - \left(-\frac{l}{6EJ} \right) \right) \cdot x1 + \left(\frac{l}{3EJ} - \left(-\frac{l}{3EJ} \right) \right) \cdot x2 + \left(\frac{ql^3}{24EJ} - \left(-\frac{ql^3}{24EJ} \right) \right) = 0$$

Sostituendo i valori numerici e semplificando:

$$\left(\frac{2l}{3EJ} \right) \cdot x1 + \left(\frac{l}{6EJ} \right) \cdot x2 + \left(\frac{ql^3}{12EJ} \right) = 0$$

$$2x1 + \frac{1}{2} \cdot x2 + \left(\frac{ql^2}{4} \right) = 0$$

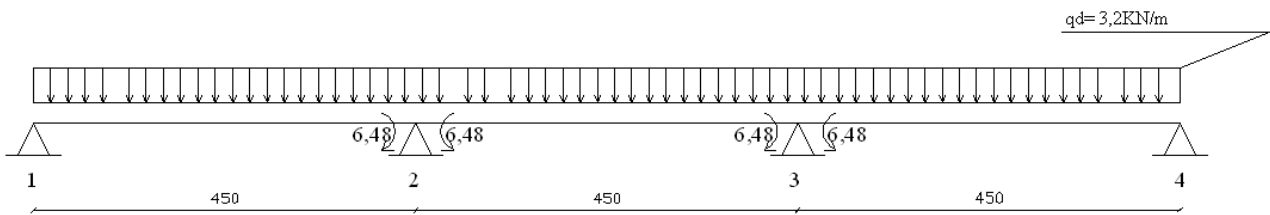
$$\left(\frac{l}{6EJ} \right) \cdot x1 + \left(\frac{2l}{3EJ} \right) \cdot x2 + \left(\frac{ql^3}{12EJ} \right) = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot x1 + 2 \cdot x2 + \left(\frac{ql^2}{4} \right) = 0$$

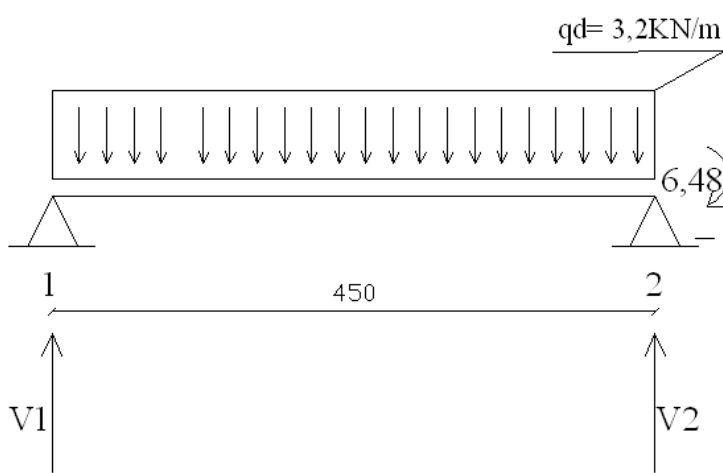
$$l=4,5m$$

$$q= 3,2kN/m$$

Otteniamo $x_1 = -6,48$ e $x_2 = -6,48$.



Consideriamo l'asta 1-2.



Dall'equilibrio alla traslazione verticale e dall'equilibrio alla rotazione rispetto ad un polo qualsiasi ottengo:

$$V_1 = 5,76$$

$$V_2 = 8,64.$$

Taglio in $x=0$ pari a 5,76 KN.

Taglio in $x=4,5\text{m}$ pari a -8,64 KN.

Il taglio si annulla in $x=1,8\text{m}$.

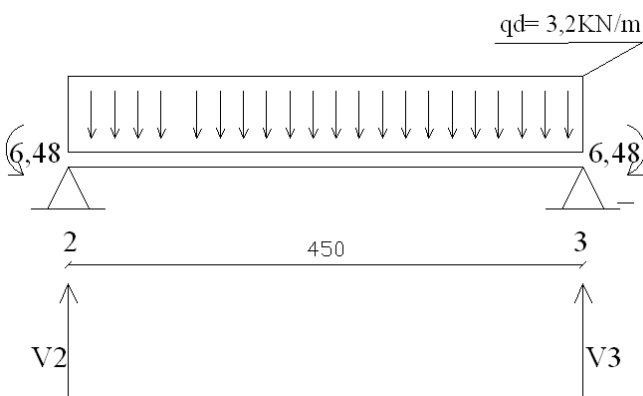
Momento in $x=0$ pari a zero.

Momento in $x=4,5\text{m}$ pari a -

$$6,48 \text{ kNm}$$

$$M_{\max} = 5,184 \text{ kNm}$$

Consideriamo asta 2-3.



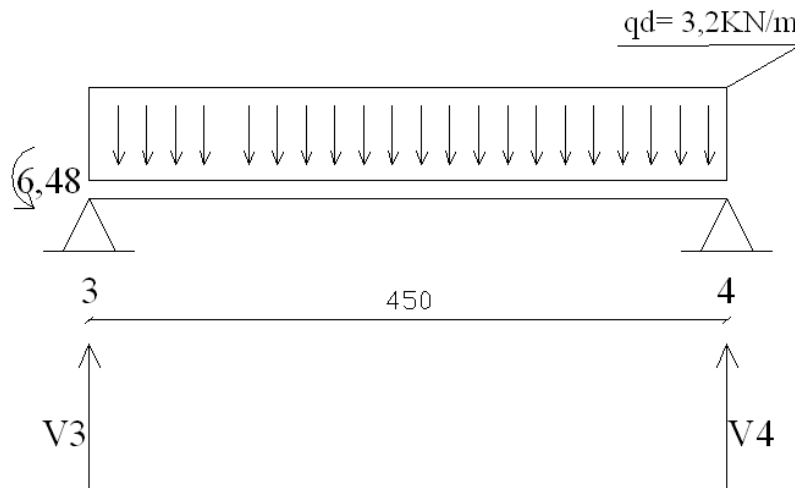
Dall'equilibrio alla traslazione verticale e dall'equilibrio alla rotazione rispetto ad un polo qualsiasi ottengo:

$$V_2 = 7,2$$

$$V_3 = 7,2.$$

Taglio in $x=0$ pari a $7,2\text{KN}$.
 Taglio in $x=4,5\text{m}$ pari a $-7,2\text{KN}$.
 Il taglio si annulla in $x= 2,25\text{m}$.
 Momento in $x=0$ pari a $-6,48$.
 Momento in $x= 4,5\text{m}$ pari a $-6,48\text{KNm}$
 $M_{\text{max}} = 1,62\text{KNm}$.

Consideriamo l'asta 3-4



Dall'equilibrio alla traslazione verticale e dall'equilibrio alla rotazione rispetto ad un polo qualsiasi ottengo:

$$V_3 = 8,64$$

$$V_4 = 5,76.$$

Taglio in $x=0$ pari a $8,64\text{KN}$.
 Taglio in $x=4,5\text{m}$ pari a $-5,76\text{KN}$.
 Il taglio si annulla in $x= 2,7\text{m}$.
 Momento in $x=0$ pari a $-6,48$.
 Momento in $x= 4,5\text{m}$ pari a zero.
 $M_{\text{max}} = 5,184\text{KNm}$.

Diagramma MOMENTO:

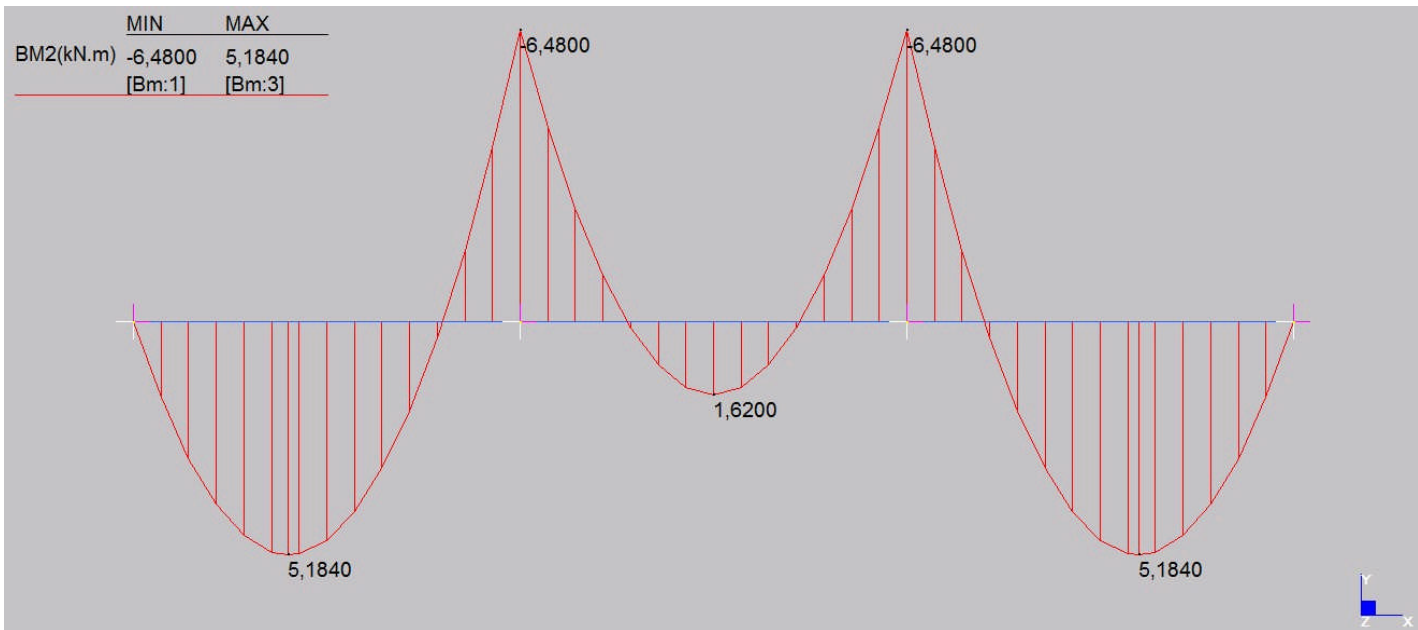


Diagramma TAGLIO:

