



René Descartes
(1596-1650)

Programma di massima del corso di

Analisi I

Antonio Greco

Anno accademico 2001/2002

(Vedere anche il **programma dettagliato**)

I più grandi matematici dell'antichità. Talete di Mileto. Pitagora di Samo. Euclide. Archimede di Siracusa.

I teoremi più importanti dell'antichità. Il teorema di Pitagora. Il teorema di Talete. I teoremi di Euclide. Rapporto tra circonferenza e diametro.

Il calcolo letterale: un potente strumento della matematica. Le proprietà formali delle quattro operazioni. Alcuni prodotti notevoli. Le frazioni. Le proporzioni. I radicali. Le famigerate semplificazioni. Equazioni algebriche di primo e di secondo grado.

Le funzioni. Il grafico di una funzione. Le funzioni di uso più comune: la funzione $y(x) = mx + q$, la funzione $y(x) = x^2$, le funzioni trigonometriche $\sin x$, $\cos x$ e $\tan x$, la funzione esponenziale, la funzione logaritmica ed alcune loro proprietà ed applicazioni. In particolare: risoluzione di un triangolo rettangolo, misura della distanza di oggetti inaccessibili, descrizione di fenomeni periodici, descrizione di fenomeni esplosivi. La funzione $y(x) = |x|$. Parte intera e mantissa.

Libro di testo (tra parentesi la collocazione nella Biblioteca di Matematica).

- M. Bramanti, *Precalculus*, Società Editrice Esculapio (AMS 26 118, AMS 26 119).

Finalità del corso. Costituire i presupposti per un proficuo proseguimento degli studi di matematica.

Orario: il martedì e il giovedì dalle 9 alle 11, il venerdì dalle 10 alle 11, in aula D.

Crediti relativi al corso: 8.

Durata del corso: 64 ore di lezione (8 ore per ogni credito). L'ultima lezione è prevista per venerdì 11 gennaio 2002.

Programma dettagliato del corso di

Analisi 1

Antonio Greco

Anno accademico 2001/2002

Indicazioni su come affrontare lo studio della disciplina. [G]

- L'importanza di un'attività di studio regolare.
- L'importanza delle iniziative degli studenti.
- L'importanza dell'uso di uno o più libri.
- L'importanza di studiare in modo non soltanto sistematico, ma anche e soprattutto in modo deduttivo.
- L'importanza di colmare il divario che sussiste fra i programmi della scuola e quelli dell'università.



Cenni di storia della matematica.

- La figura di Talete di Mileto.*
- La figura di Pitagora di Samo.*
- La figura di Archimede di Siracusa.*
- Euclide e gli *Elementi*.*

Elementi di geometria euclidea.

- Alcuni enunciati basilari: due rette parallele determinano su di una trasversale angoli corrispondenti uguali;* se due rette complanari determinano su di una trasversale angoli corrispondenti uguali allora sono parallele;* i parallelogrammi hanno i lati opposti uguali;* due triangoli hanno gli angoli ordinatamente uguali se e solo se hanno i lati in proporzione, ed in tal caso si dicono *simili*.*
- Enunciato del teorema di Talete [B, pag. 131]. Dimostrazione nel caso particolare in cui il coefficiente di proporzionalità è 2.* Applicazioni: il rapporto incrementale per una data retta non dipende dalla scelta dei due punti usati per esprimerlo; calcolo dell'altezza della piramide di Cheope.
- Enunciato e dimostrazione del teorema di Pitagora.* Applicazioni: espressione della distanza tra due punti del piano cartesiano mediante le loro coordinate; determinazione della lunghezza di un lato di un triangolo rettangolo a partire da quella degli altri due; misura dell'altezza di un triangolo equilatero; misura della diagonale di un quadrato; misura della diagonale di un cubo.
- Enunciato seguente: "se i lati a , b e c di un triangolo stanno fra loro nella relazione $a^2 + b^2 = c^2$ allora il triangolo è rettangolo e l'angolo opposto a c è retto".*

Elementi di algebra.

- Primo e secondo principio di identità per le equazioni [B, pag. 11].
- Proprietà basilari dell'addizione e della moltiplicazione: elementi neutri, invertibilità, proprietà associativa, commutativa, distributiva.
- La divisione fra numeri reali. Perché non si divide per zero.

- Potenze e loro proprietà, e in particolare: $x^n x^k = x^{n+k}$, $(x^n)^k = x^{nk}$ [B, pag. 85]. Dimostrazione nel caso in cui n e k sono interi positivi.
- Potenze con esponente intero negativo. Potenze con esponente nullo.
- Definizione della radice quadrata nel campo reale, e, più in generale, definizione della radice n -esima per n intero positivo [B, paragrafo 6.3 e paragrafo 8.2].
- Equazioni algebriche di primo grado in una incognita [B, da pag. 10 a pag. 13].
- Equazioni di secondo grado nel campo reale. Motivazioni: alcuni problemi che conducono a tali equazioni. Metodo del completamento del quadrato per ottenere la formula risolutiva [B, paragrafo 6.2.2]. Discussione dell'esistenza e dell'unicità delle soluzioni in relazione al valore del discriminante.

Il concetto di funzione.

- La funzione come legame tra due o più variabili [B, paragrafo 2.1].
- La definizione moderna di funzione [B, paragrafo 7.1].
- Il grafico di una funzione, la differenza tra grafico e luogo degli zeri, esempi [B, pagina 31].
- Simmetria rispetto all'asse y e simmetria rispetto all'origine [B, paragrafo 2.3.1]. Esempi.
- Periodicità [B, paragrafo 2.3.2]. Esempi.
- Iniettività. Esempi e controesempi.

Rette & C.

- La funzione $y(x) = mx + q$ ed il suo grafico. Uguaglianza fra il coefficiente angolare m ed il rapporto incrementale. Uguaglianza $y(0) = q$. Le rette parallele all'asse y non sono grafici di funzioni $y(x)$. Cenni all'equazione generale della retta $ax + by + c = 0$ [B, paragrafi 3.1 e 3.2].
- La funzione $y(x) = |x|$ ed il suo grafico [B, capitolo 4]. Uguaglianza tra $|x|$ e radice quadrata di x^2 [B, pagina 89]. Disuguaglianza triangolare; uso del valore assoluto per esprimere la distanza tra due punti sull'asse x . Punto angoloso.
- Qualche altra funzione il cui grafico è fatto di pezzi rettilinei: la funzione $\text{sgn}(x)$ [B, paragrafo 4.4], la funzione di Heaviside, la funzione caratteristica di un intervallo, la funzione $[x]$ (parte intera di x), la funzione "mantissa di x " [B, pagina 34]. Discontinuità di queste funzioni.

Coniche.

- Introduzione: le coniche come intersezioni di un cono con un piano.*
- Equazione della circonferenza di raggio r centrata nell'origine. Perché la circonferenza non è il grafico di una funzione $y = f(x)$. La semicirconferenza superiore e la semicirconferenza inferiore viste come grafici di funzioni [B, paragrafo 2.3].
- La funzione $y(x) = ax^2 + bx + c$ ed il suo grafico [B, paragrafo 6.2.1]. Interpretazione grafica delle equazioni e delle disequazioni algebriche di secondo grado.
- Grafico della funzione $y(x) = \text{radice quadrata di } x$ [B, pagina 91].
- La funzione $y(x) = 1/x$ ed il suo grafico [B, pagina 92]. La proporzionalità inversa.

Trigonometria.

- Il numero pi greco.
- Il radiante [B, paragrafo 12.1.2].
- Le funzioni $y(x) = \sin x$, $y(x) = \cos x$ e $y(x) = \tan x$ [B, paragrafo 12.1.1]. I loro grafici [B, paragrafo 12.4].
- La prima identità fondamentale della goniometria: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$. Dimostrazione [B, pagina 136].
- La seconda identità fondamentale della goniometria: $\tan x = (\sin x) / \cos x$. Dimostrazione [B, pagina 133].
- Risoluzione dei triangoli rettangoli [B, paragrafo 12.3.1].

Esponenziale e logaritmo.

- La funzione $y(x) = a^x$ ed il suo grafico [B, paragrafo 9.1]. Il caso $a > 1$, il caso $a = 1$ ed il caso $0 < a < 1$.
- Alcune proprietà della funzione esponenziale (oltre a quelle già elencate fra gli elementi di algebra): positività, monotonia [B, paragrafo 9.1].
- Il numero e (numero di Nepero) [B, pagina 103].
- La funzione $y(x) = \log_a x$ ed il suo grafico [B, paragrafo 9.2.1]. Il caso $a > 1$ ed il caso $0 < a < 1$.
- Alcune proprietà della funzione logaritmica [B, paragrafo 9.2.2]:

$$\log xy = \log x + \log y \text{ per ogni } x, y > 0,$$

$$\log x^y = y \log x \text{ per ogni } x > 0 \text{ e } y \text{ reale.}$$

- Esempi vari di utilizzo dei logaritmi [B, pagina 113].

Ringraziamenti. Desidero ringraziare la tutor Gabriella Deiana per il suo contributo decisivo al successo del corso. Ringrazio gli studenti per lo sforzo compiuto finora, spero che continuino a lavorare con rinnovato interesse, ed auguro a tutti un buon proseguimento degli studi. *A.G.*

* Gli argomenti contrassegnati col l'asterisco si possono trovare sui libri di aritmetica e di geometria della scuola superiore, o su di una comune enciclopedia. La notazione [B, ...] rinvia al libro di testo. La notazione [G] rinvia alla dispensa *Come si studia la matematica* consultabile all'indirizzo <http://people.unica.it/antoniogreco/metodo>. Lo studente che, per un interesse personale, desidera approfondire lo studio delle potenze con esponente reale, può consultare il paragrafo 8.6 ed il capitolo 10 del libro di testo.