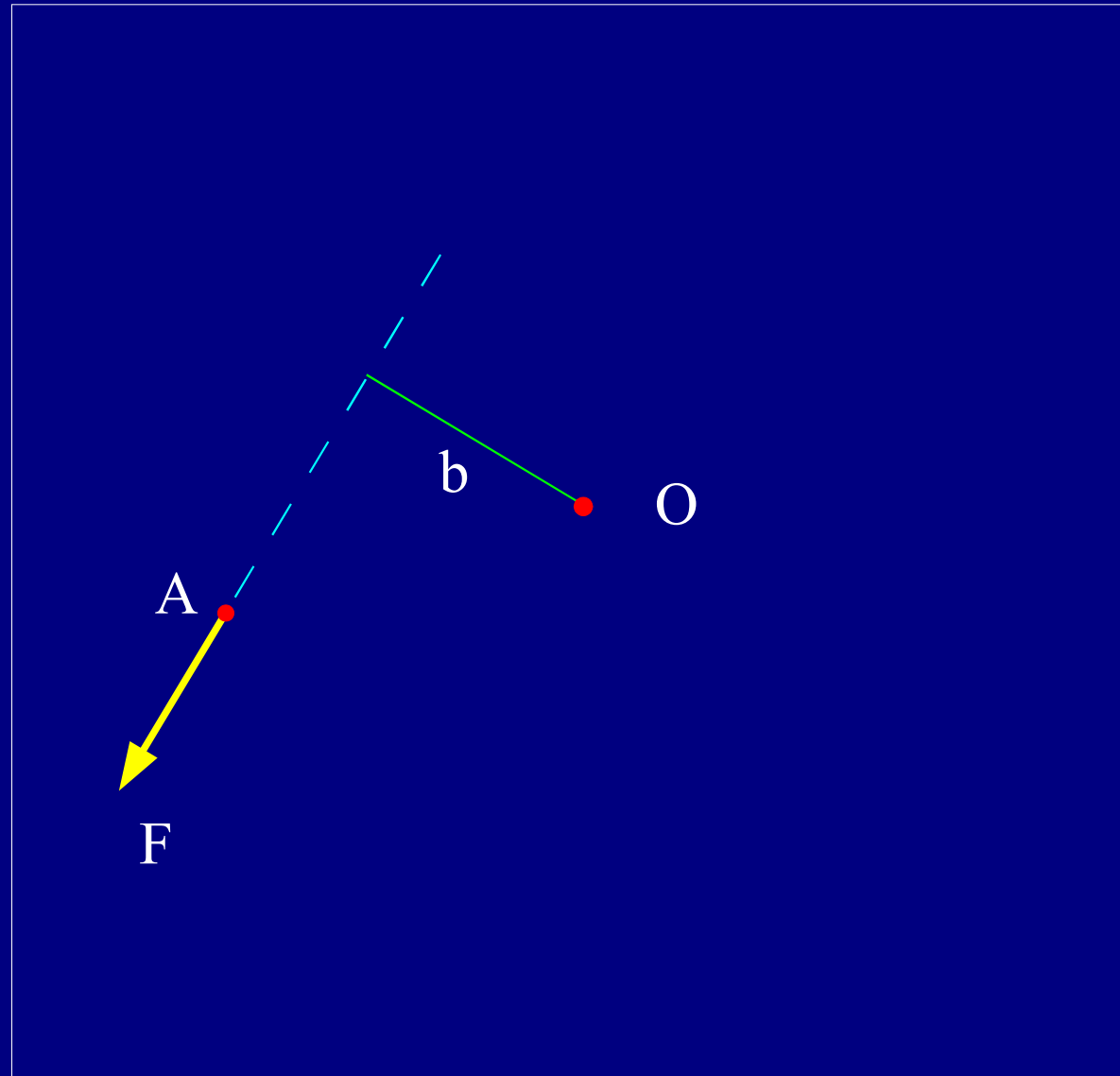


RIDUZIONE A UN PUNTO INVARIANTE SCALARE

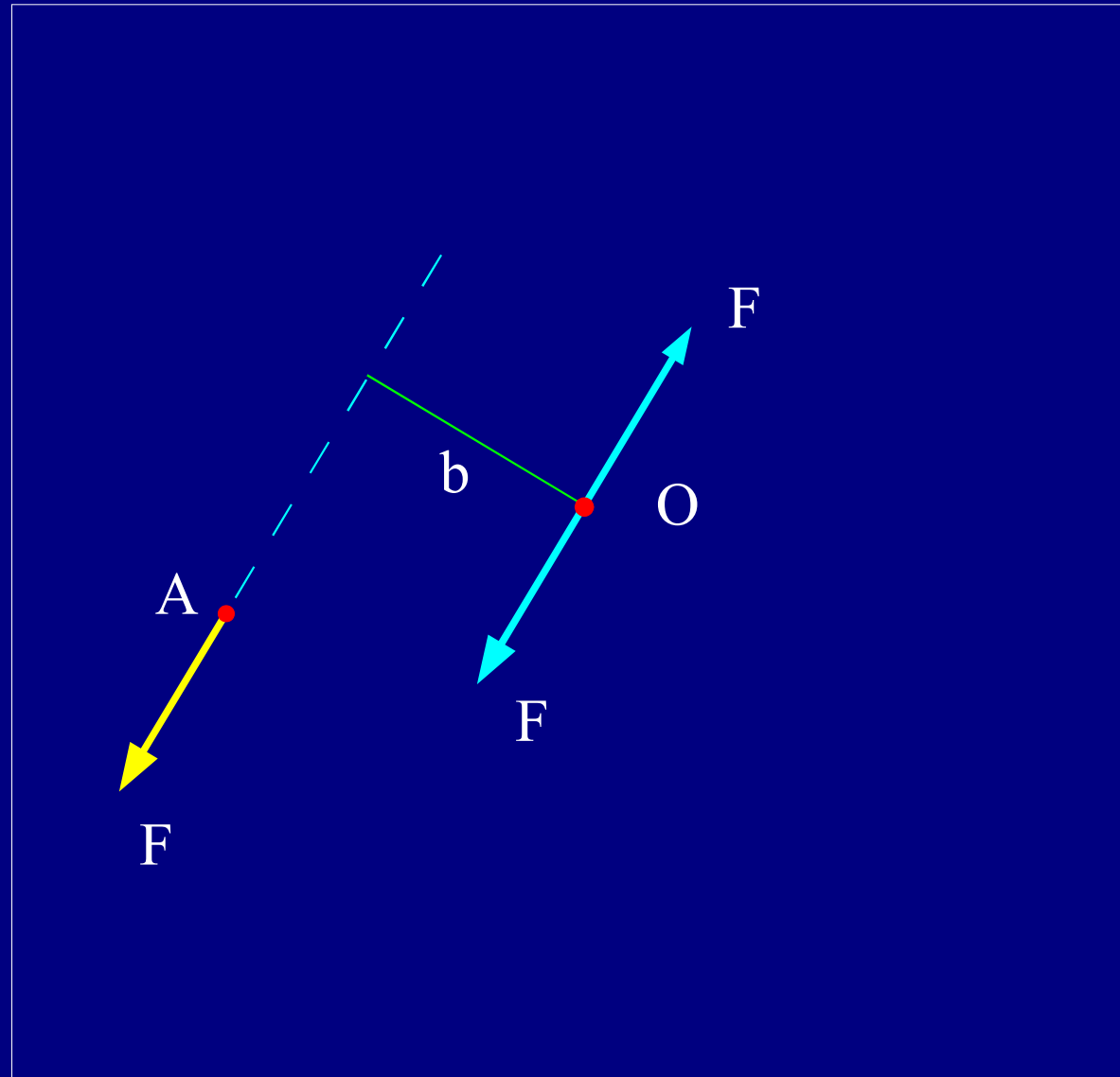
Per trasportare una forza occorre un momento.

- Si vuole trasformare il sistema composto da una forza applicata al punto A in un sistema equivalente composto da una forza applicata al punto O.



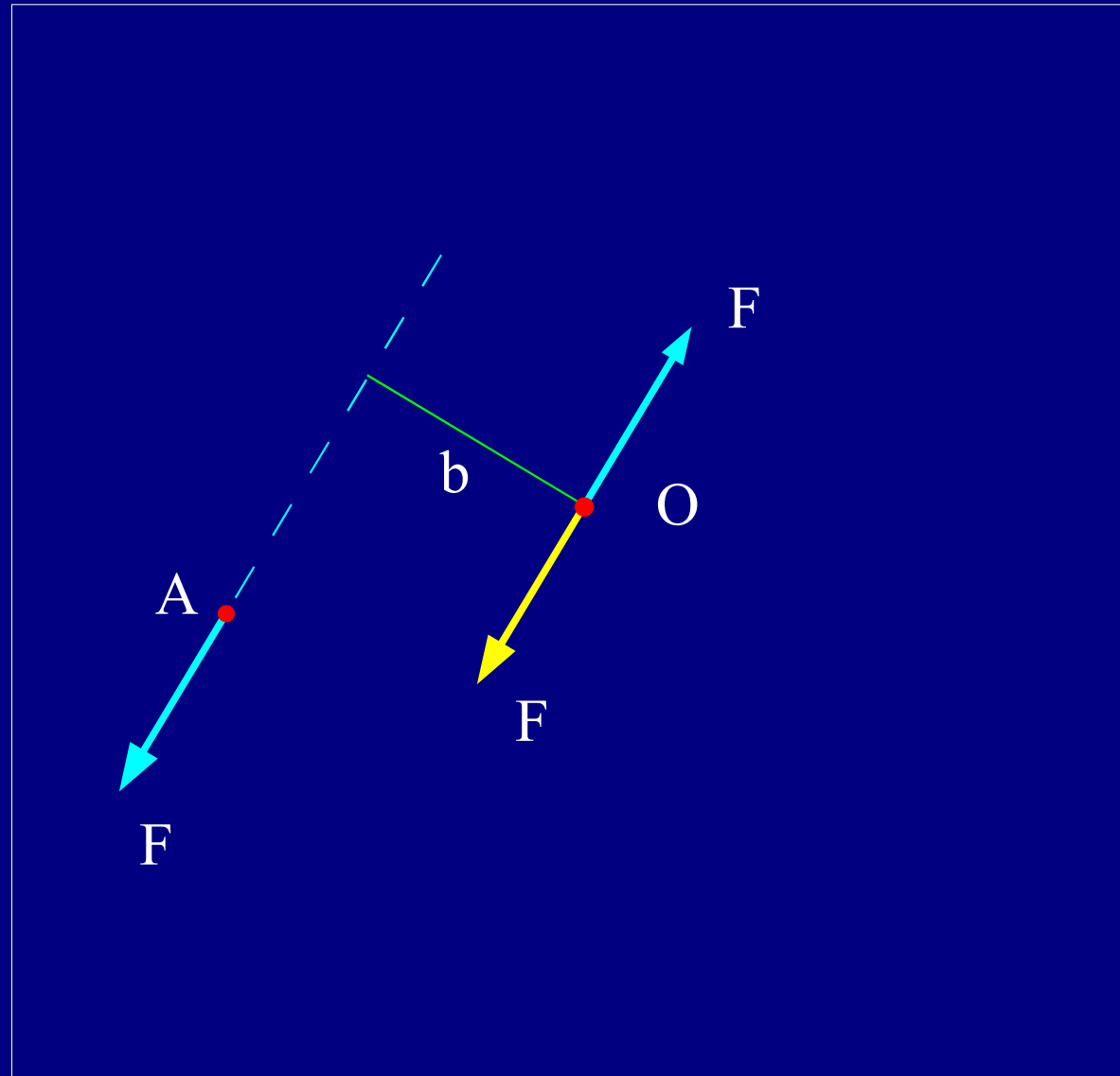
Per trasportare una forza occorre un momento.

- Si vuole trasformare il sistema composto da una forza applicata al punto A in un sistema equivalente composto da una forza applicata al punto O.
- Si introduce il sistema nullo $\mathbf{F}, -\mathbf{F}$ applicato in O.



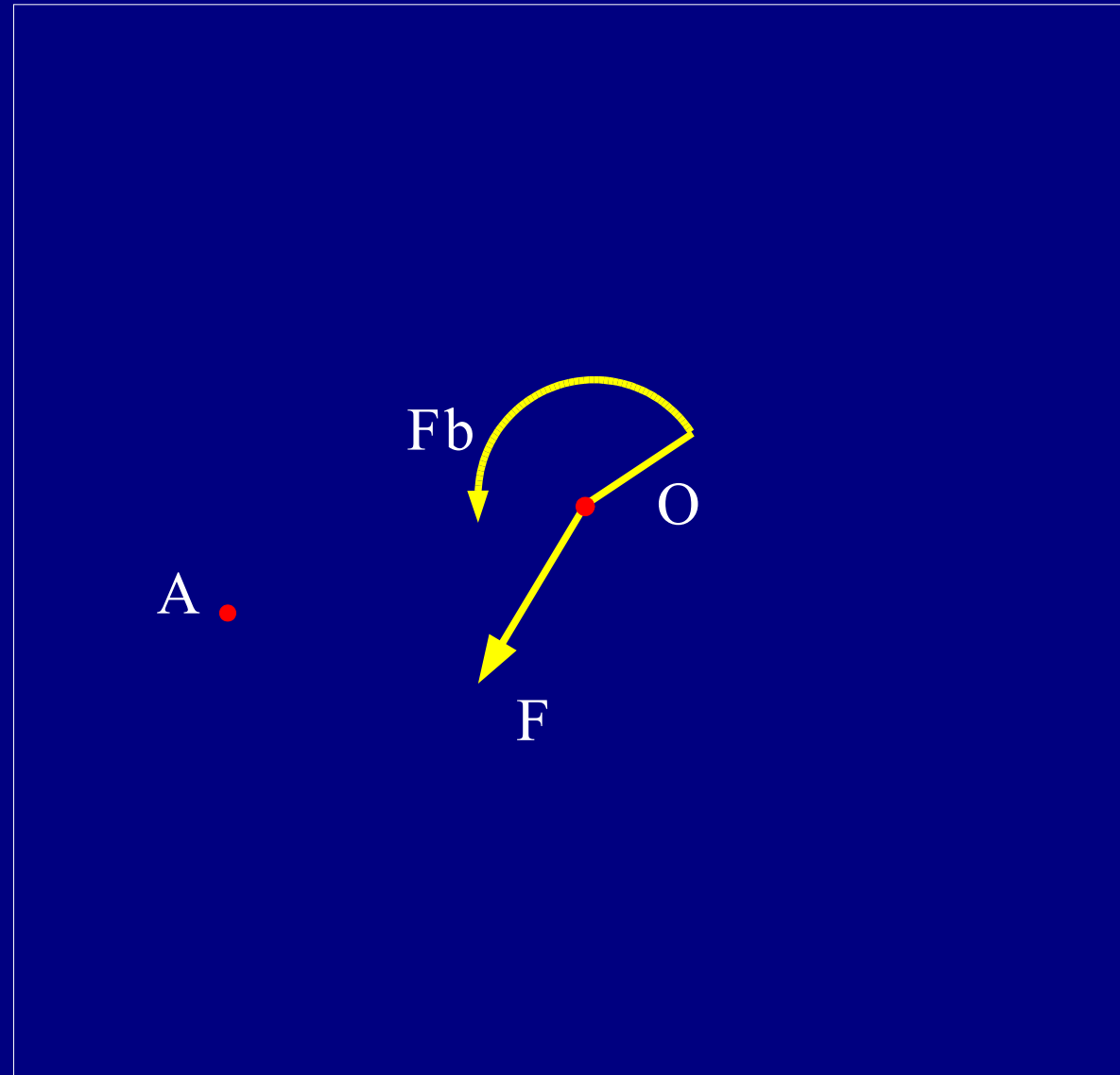
Per trasportare una forza occorre un momento.

- Si vuole trasformare il sistema composto da una forza applicata al punto A in un sistema equivalente composto da una forza applicata al punto O.
- Si introduce il sistema nullo $\mathbf{F}, -\mathbf{F}$ applicato in O.
- La forza in A è equivalente alla stessa forza in O più una coppia di momento M uguale al momento che la forza originaria aveva rispetto al punto O.



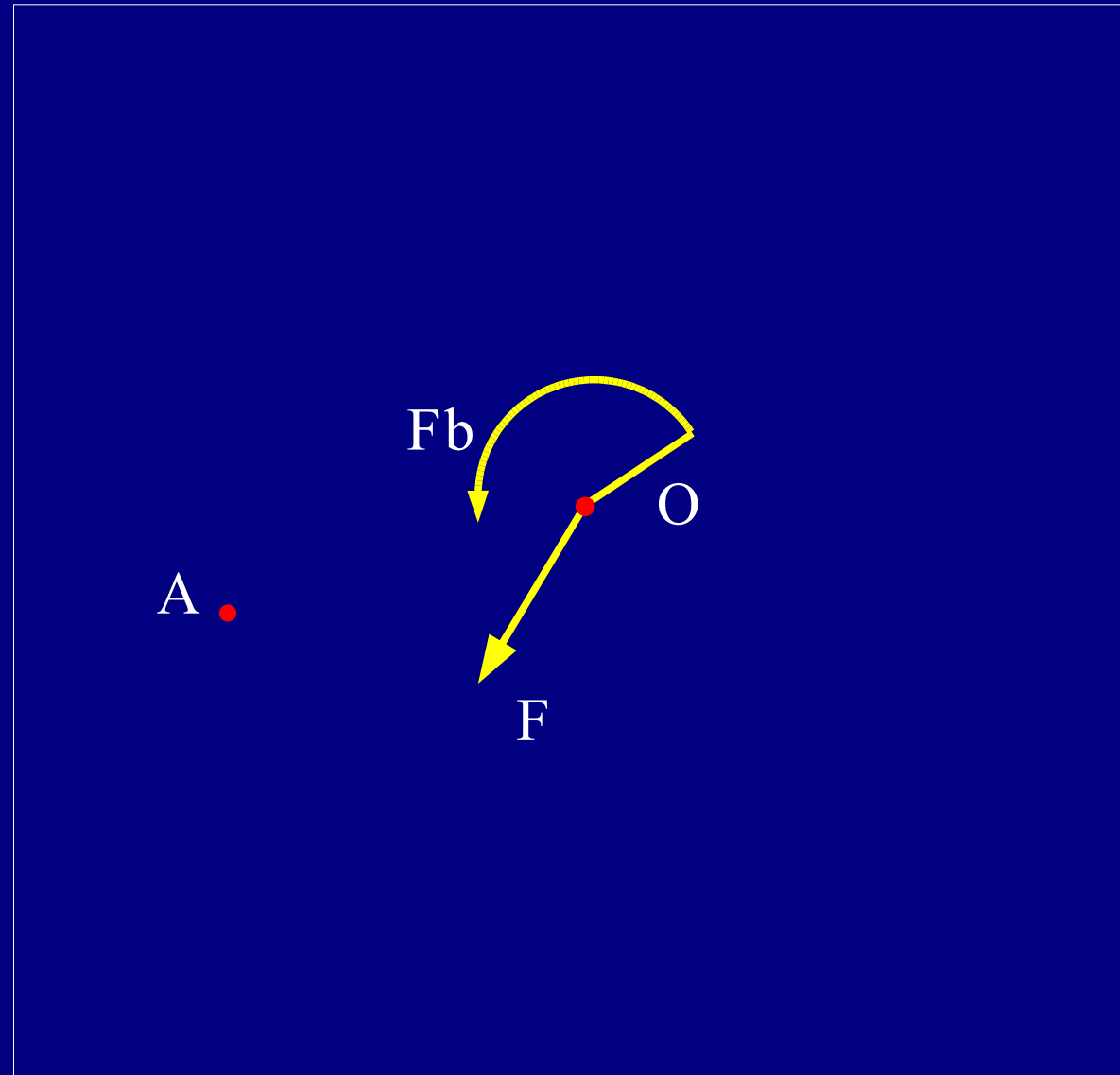
Per trasportare una forza occorre un momento.

- Si vuole trasformare il sistema composto da una forza applicata al punto A in un sistema equivalente composto da una forza applicata al punto O.
- Si introduce il sistema nullo $\mathbf{F}, -\mathbf{F}$ applicato in O.
- La forza in A è equivalente alla stessa forza in O più una coppia di momento M uguale al momento che la forza originaria aveva rispetto al punto O.



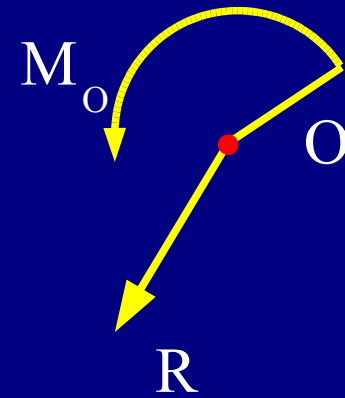
Per trasportare una forza occorre un momento.

- Si vuole trasformare il sistema composto da una forza applicata al punto A in un sistema equivalente composto da una forza applicata al punto O.
- Si introduce il sistema nullo $\mathbf{F}, -\mathbf{F}$ applicato in O.
- La forza in A è equivalente alla stessa forza in O più una coppia di momento M uguale al momento che la forza originaria aveva rispetto al punto O.
- Conseguenza: qualunque sistema di forze è equivalente alla risultante \mathbf{R} applicata in un punto O più una coppia di momento uguale al momento globale del sistema rispetto ad O.



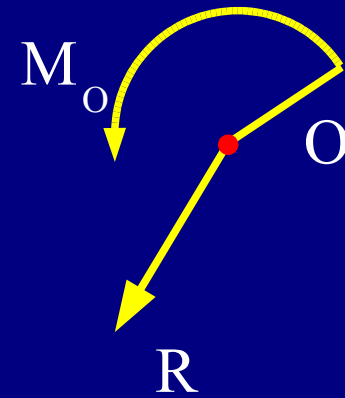
Riduzione a un punto. Invariante scalare.

- Dato un punto O , qualunque sistema di forze può essere ridotto a un sistema equivalente formato da una forza e una coppia applicate nel punto O .



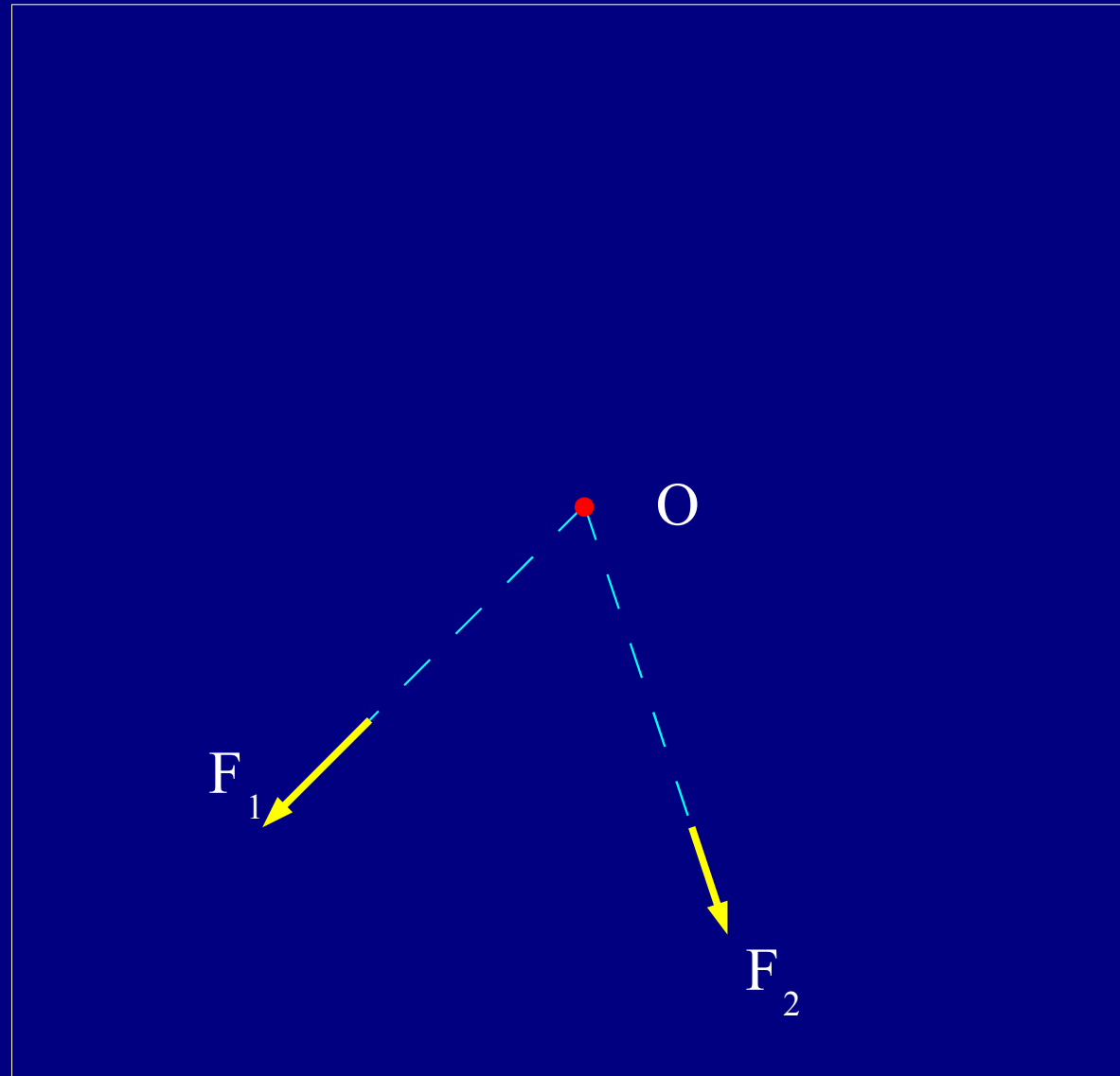
Riduzione a un punto. Invariante scalare.

- Dato un punto O , qualunque sistema di forze può essere ridotto a un sistema equivalente formato da una forza e una coppia applicate nel punto O .
- Ci sono casi in cui la riduzione a un punto sia più drastica, pervenendo alla sola forza o alla sola coppia.



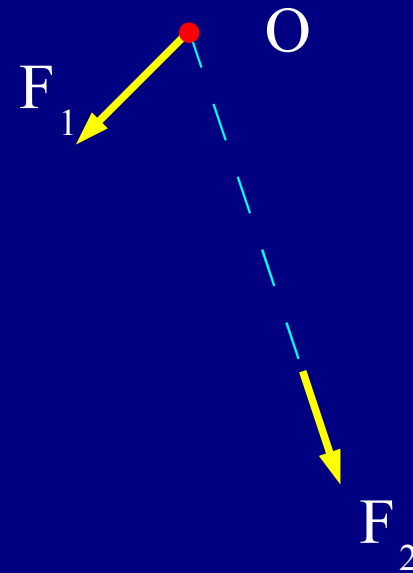
Riduzione a un punto. Invariante scalare.

- Dato un punto O , qualunque sistema di forze può essere ridotto a un sistema equivalente formato da una forza e una coppia applicate nel punto O .
- Ci sono casi in cui la riduzione a un punto sia più drastica, pervenendo alla sola forza o alla sola coppia.
 1. Due forze convergenti sono equivalenti alla loro risultante \mathbf{R} applicata nel punto di intersezione delle loro rette d'azione. Il momento è nullo rispetto a un qualsiasi polo O' individuato dalla retta passante per O e avente direzione \mathbf{R} .



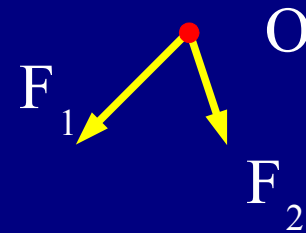
Riduzione a un punto. Invariante scalare.

- Dato un punto O , qualunque sistema di forze può essere ridotto a un sistema equivalente formato da una forza e una coppia applicate nel punto O .
- Ci sono casi in cui la riduzione a un punto sia più drastica, pervenendo alla sola forza o alla sola coppia.
 1. Due forze convergenti sono equivalenti alla loro risultante \mathbf{R} applicata nel punto di intersezione delle loro rette d'azione. Il momento è nullo rispetto a un qualsiasi polo O' individuato dalla retta passante per O e avente direzione \mathbf{R} .



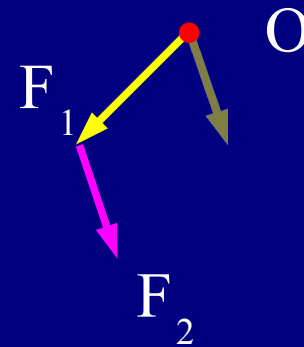
Riduzione a un punto. Invariante scalare.

- Dato un punto O , qualunque sistema di forze può essere ridotto a un sistema equivalente formato da una forza e una coppia applicate nel punto O .
- Ci sono casi in cui la riduzione a un punto sia più drastica, pervenendo alla sola forza o alla sola coppia.
 1. Due forze convergenti sono equivalenti alla loro risultante \mathbf{R} applicata nel punto di intersezione delle loro rette d'azione. Il momento è nullo rispetto a un qualsiasi polo O' individuato dalla retta passante per O e avente direzione \mathbf{R} .



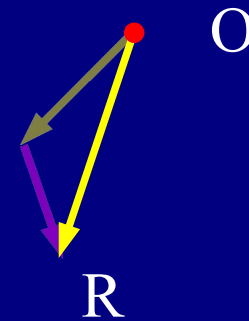
Riduzione a un punto. Invariante scalare.

- Dato un punto O , qualunque sistema di forze può essere ridotto a un sistema equivalente formato da una forza e una coppia applicate nel punto O .
- Ci sono casi in cui la riduzione a un punto sia più drastica, pervenendo alla sola forza o alla sola coppia.
 1. Due forze convergenti sono equivalenti alla loro risultante \mathbf{R} applicata nel punto di intersezione delle loro rette d'azione. Il momento è nullo rispetto a un qualsiasi polo O' individuato dalla retta passante per O e avente direzione \mathbf{R} .



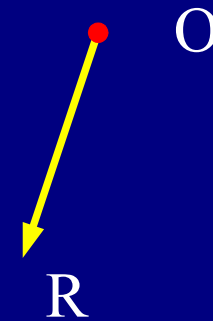
Riduzione a un punto. Invariante scalare.

- Dato un punto O , qualunque sistema di forze può essere ridotto a un sistema equivalente formato da una forza e una coppia applicate nel punto O .
- Ci sono casi in cui la riduzione a un punto sia più drastica, pervenendo alla sola forza o alla sola coppia.
 1. Due forze convergenti sono equivalenti alla loro risultante \mathbf{R} applicata nel punto di intersezione delle loro rette d'azione. Il momento è nullo rispetto a un qualsiasi polo O' individuato dalla retta passante per O e avente direzione \mathbf{R} .



Riduzione a un punto. Invariante scalare.

- Dato un punto O , qualunque sistema di forze può essere ridotto a un sistema equivalente formato da una forza e una coppia applicate nel punto O .
- Ci sono casi in cui la riduzione a un punto sia più drastica, pervenendo alla sola forza o alla sola coppia.
 1. Due forze convergenti sono equivalenti alla loro risultante \mathbf{R} applicata nel punto di intersezione delle loro rette d'azione. Il momento è nullo rispetto a un qualsiasi polo O' individuato dalla retta passante per O e avente direzione \mathbf{R} .



Riduzione a un punto. Invariante scalare.

- Dato un punto O , qualunque sistema di forze può essere ridotto a un sistema equivalente formato da una forza e una coppia applicate nel punto O .
- Ci sono casi in cui la riduzione a un punto sia più drastica, pervenendo alla sola forza o alla sola coppia.

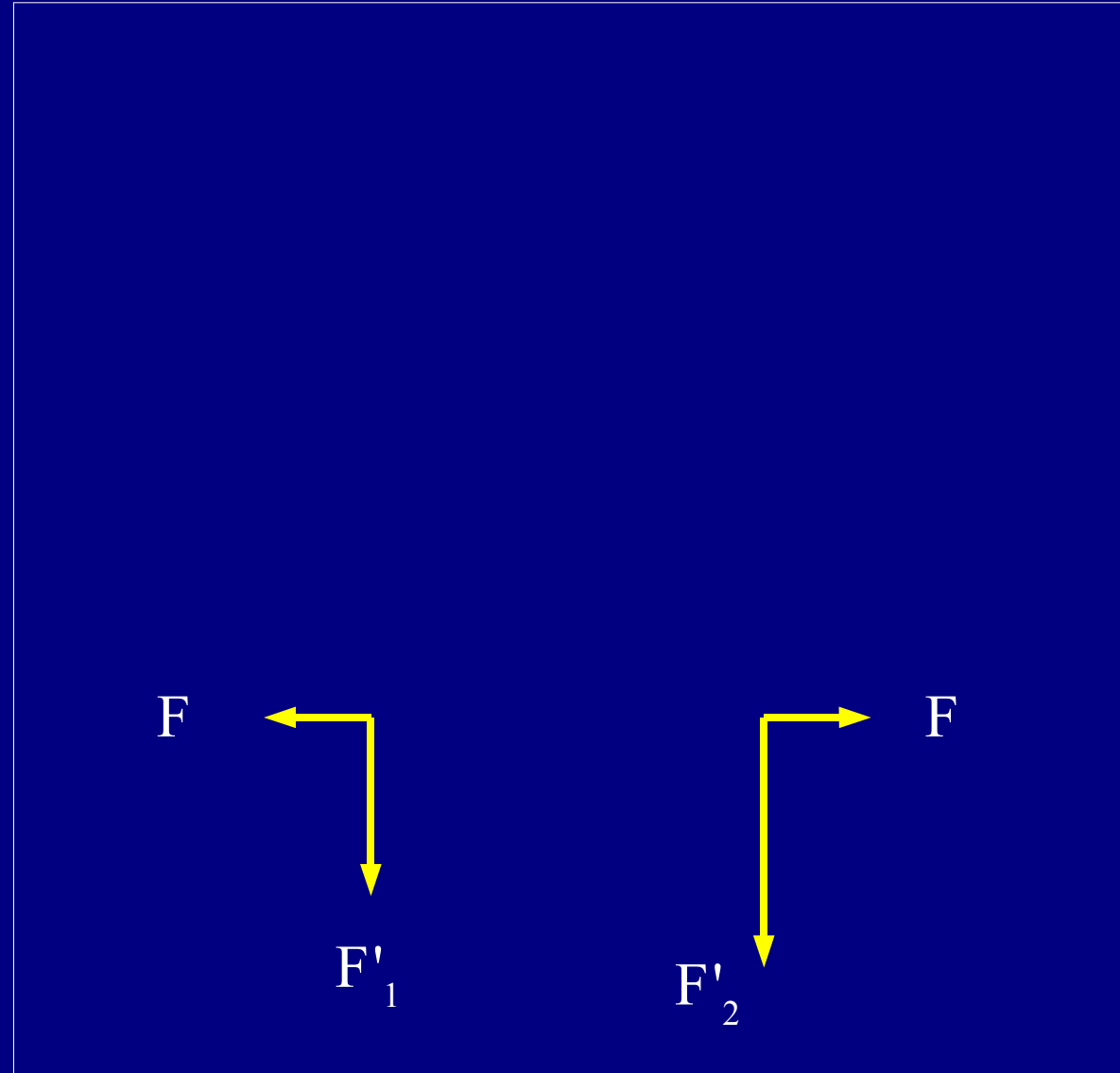
2. Due forze parallele F'_1 e F'_2 , a risultante non nulla, sono riconducibili a due forze convergenti F_1 e F_2 aggiungendo le due forze opposte allineate F e $-F$. L'insieme dei punti di applicazione della risultante per i quali il momento è nullo è una retta parallela a F'_1 e F'_2 .



Riduzione a un punto. Invariante scalare.

- Dato un punto O , qualunque sistema di forze può essere ridotto a un sistema equivalente formato da una forza e una coppia applicate nel punto O .
- Ci sono casi in cui la riduzione a un punto sia più drastica, pervenendo alla sola forza o alla sola coppia.

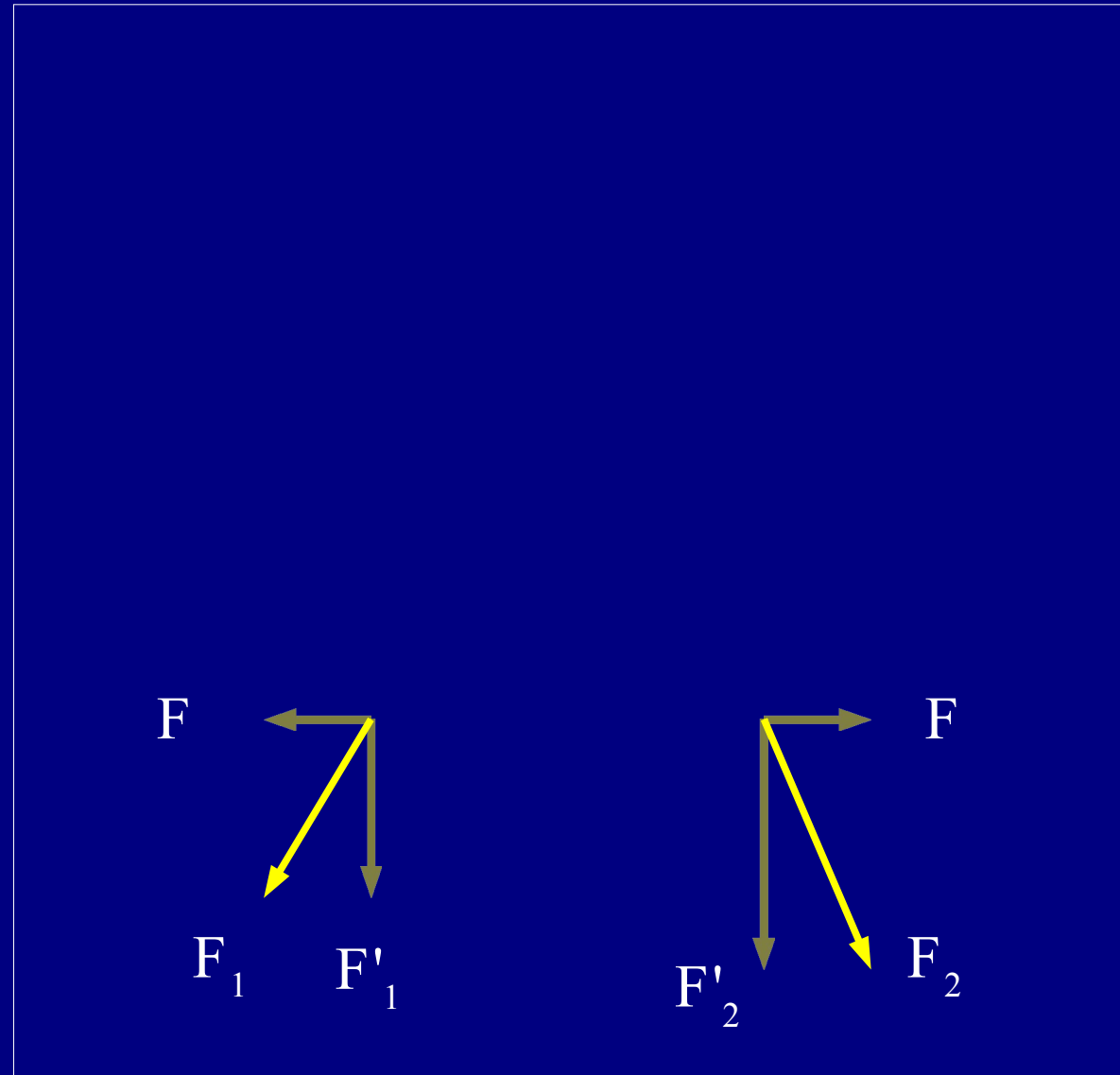
2. Due forze parallele F'_1 e F'_2 , a risultante non nulla, sono riconducibili a due forze convergenti F_1 e F_2 aggiungendo le due forze opposte allineate F e $-F$. L'insieme dei punti di applicazione della risultante per i quali il momento è nullo è una retta parallela a F'_1 e F'_2 .



Riduzione a un punto. Invariante scalare.

- Dato un punto O , qualunque sistema di forze può essere ridotto a un sistema equivalente formato da una forza e una coppia applicate nel punto O .
- Ci sono casi in cui la riduzione a un punto sia più drastica, pervenendo alla sola forza o alla sola coppia.

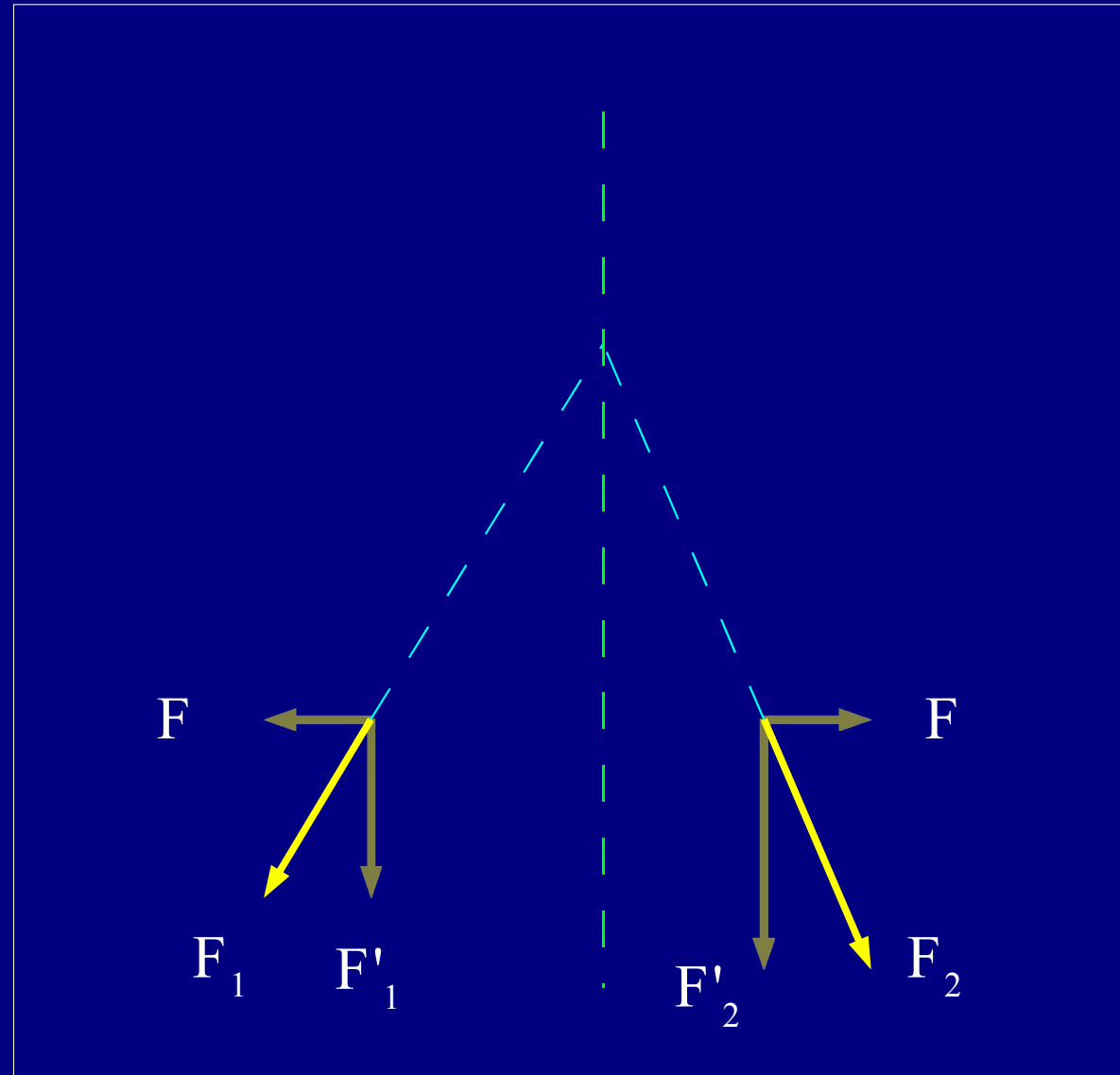
2. Due forze parallele F'_1 e F'_2 , a risultante non nulla, sono riconducibili a due forze convergenti F_1 e F_2 aggiungendo le due forze opposte allineate F e $-F$. L'insieme dei punti di applicazione della risultante per i quali il momento è nullo è una retta parallela a F'_1 e F'_2 .



Riduzione a un punto. Invariante scalare.

- Dato un punto O , qualunque sistema di forze può essere ridotto a un sistema equivalente formato da una forza e una coppia applicate nel punto O .
- Ci sono casi in cui la riduzione a un punto sia più drastica, pervenendo alla sola forza o alla sola coppia.

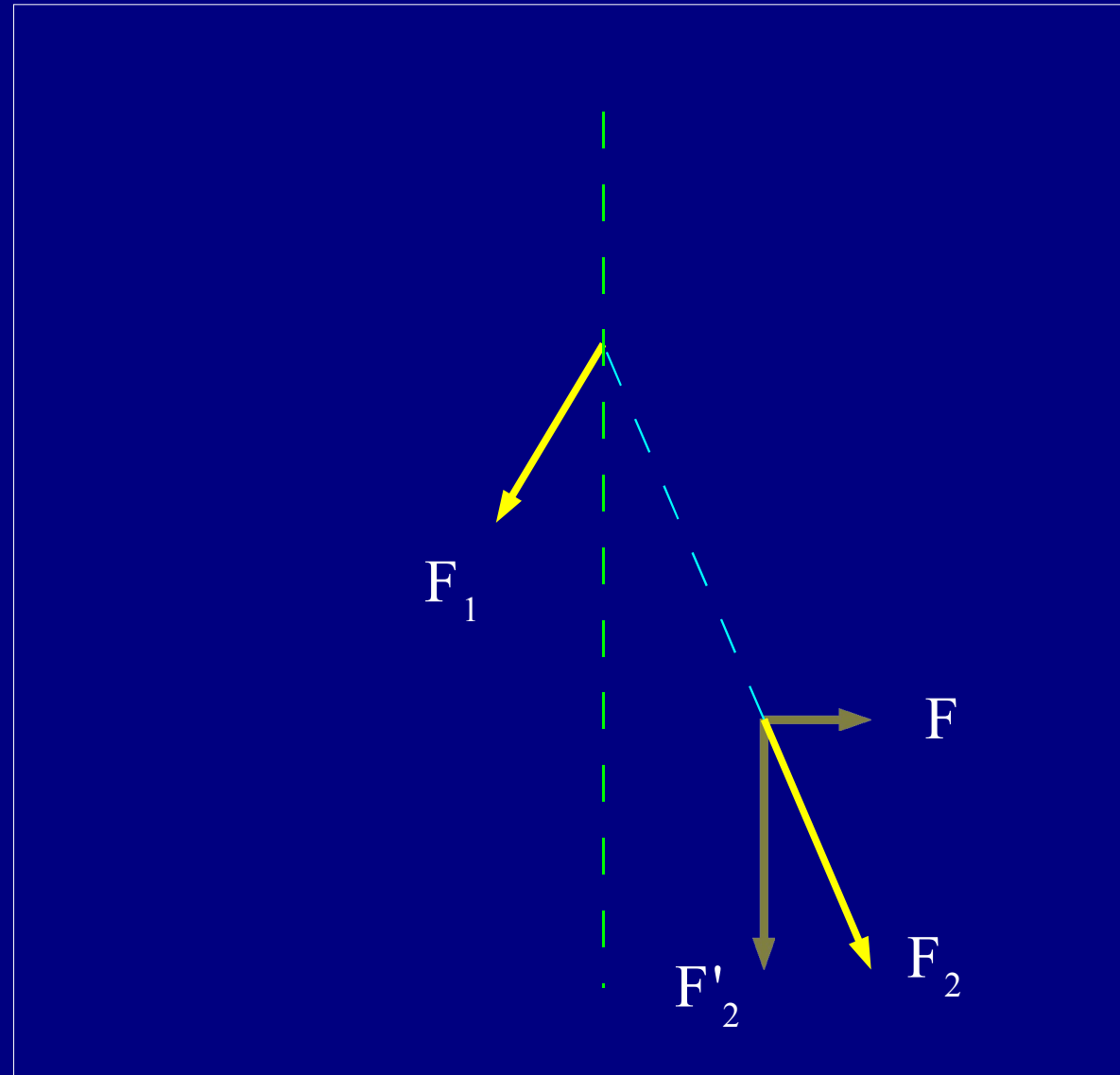
2. Due forze parallele F'_1 e F'_2 , a risultante non nulla, sono riconducibili a due forze convergenti F_1 e F_2 aggiungendo le due forze opposte allineate F e $-F$. L'insieme dei punti di applicazione della risultante per i quali il momento è nullo è una retta parallela a F'_1 e F'_2 .



Riduzione a un punto. Invariante scalare.

- Dato un punto O , qualunque sistema di forze può essere ridotto a un sistema equivalente formato da una forza e una coppia applicate nel punto O .
- Ci sono casi in cui la riduzione a un punto sia più drastica, pervenendo alla sola forza o alla sola coppia.

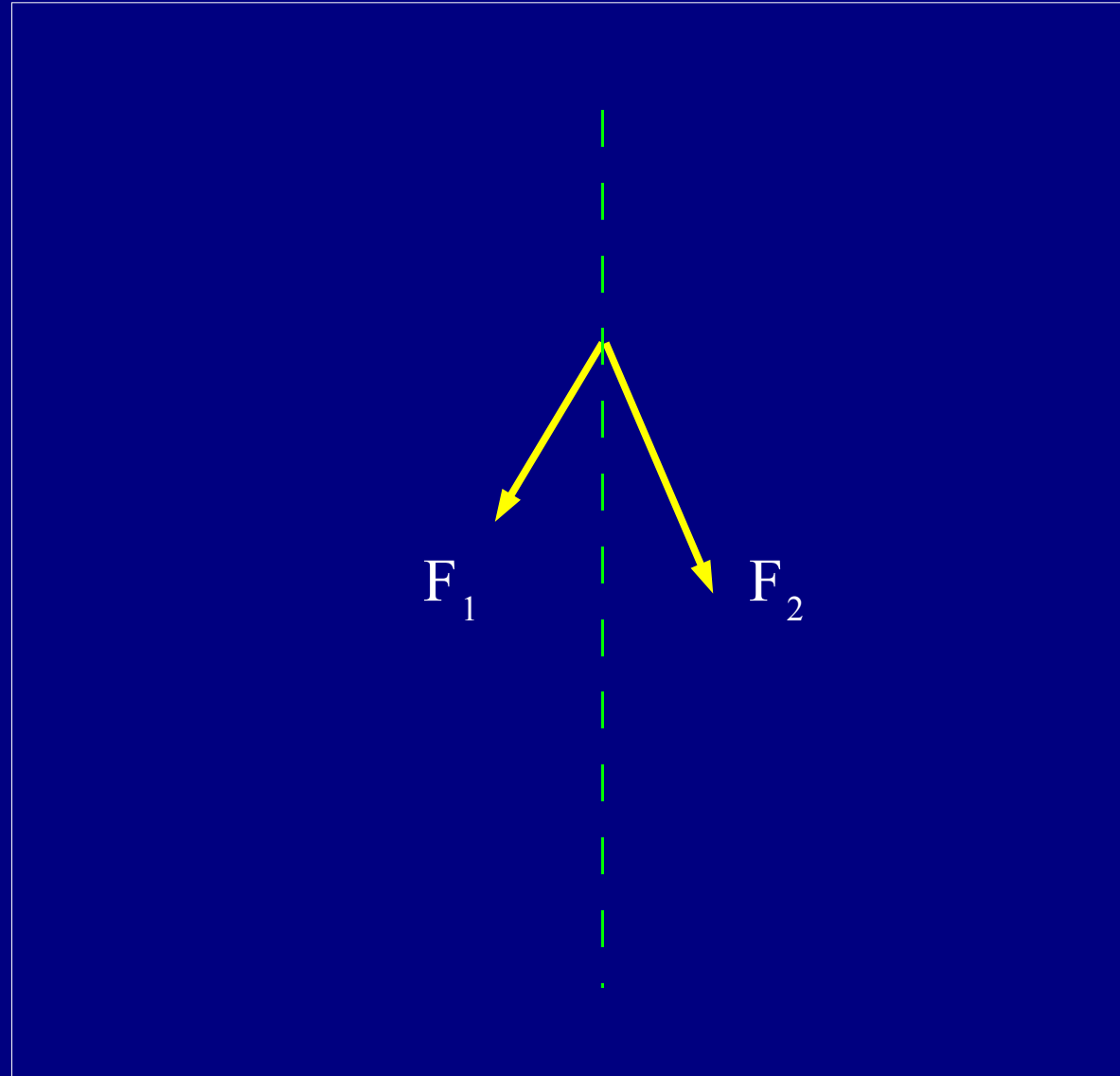
2. Due forze parallele F'_1 e F'_2 , a risultante non nulla, sono riconducibili a due forze convergenti F_1 e F_2 aggiungendo le due forze opposte allineate F e $-F$. L'insieme dei punti di applicazione della risultante per i quali il momento è nullo è una retta parallela a F'_1 e F'_2 .



Riduzione a un punto. Invariante scalare.

- Dato un punto O , qualunque sistema di forze può essere ridotto a un sistema equivalente formato da una forza e una coppia applicate nel punto O .
- Ci sono casi in cui la riduzione a un punto sia più drastica, pervenendo alla sola forza o alla sola coppia.

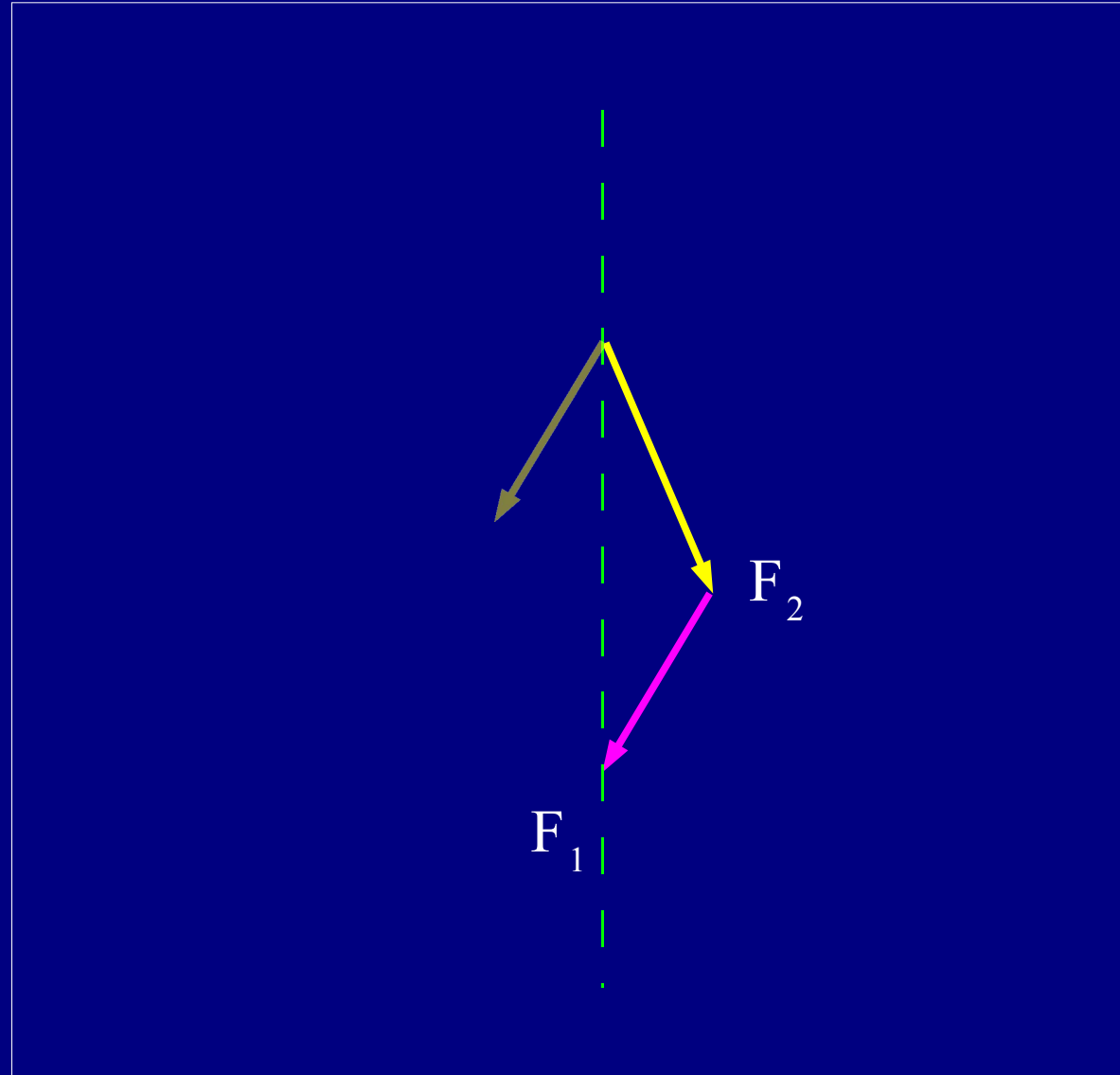
2. Due forze parallele F'_1 e F'_2 , a risultante non nulla, sono riconducibili a due forze convergenti F_1 e F_2 aggiungendo le due forze opposte allineate F e $-F$. L'insieme dei punti di applicazione della risultante per i quali il momento è nullo è una retta parallela a F'_1 e F'_2 .



Riduzione a un punto. Invariante scalare.

- Dato un punto O , qualunque sistema di forze può essere ridotto a un sistema equivalente formato da una forza e una coppia applicate nel punto O .
- Ci sono casi in cui la riduzione a un punto sia più drastica, pervenendo alla sola forza o alla sola coppia.

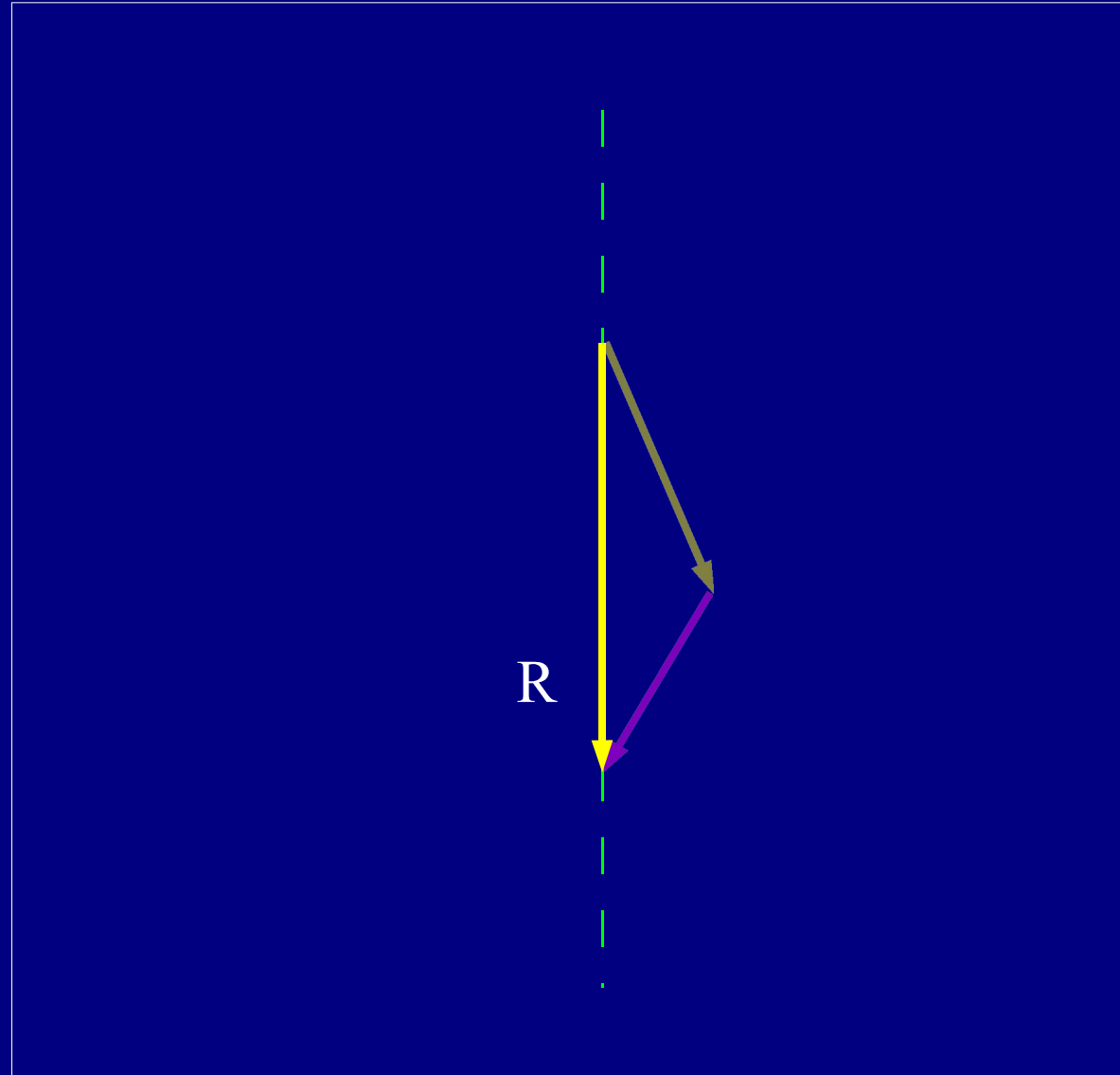
2. Due forze parallele F'_1 e F'_2 , a risultante non nulla, sono riconducibili a due forze convergenti F_1 e F_2 aggiungendo le due forze opposte allineate F e $-F$. L'insieme dei punti di applicazione della risultante per i quali il momento è nullo è una retta parallela a F'_1 e F'_2 .



Riduzione a un punto. Invariante scalare.

- Dato un punto O , qualunque sistema di forze può essere ridotto a un sistema equivalente formato da una forza e una coppia applicate nel punto O .
- Ci sono casi in cui la riduzione a un punto sia più drastica, pervenendo alla sola forza o alla sola coppia.

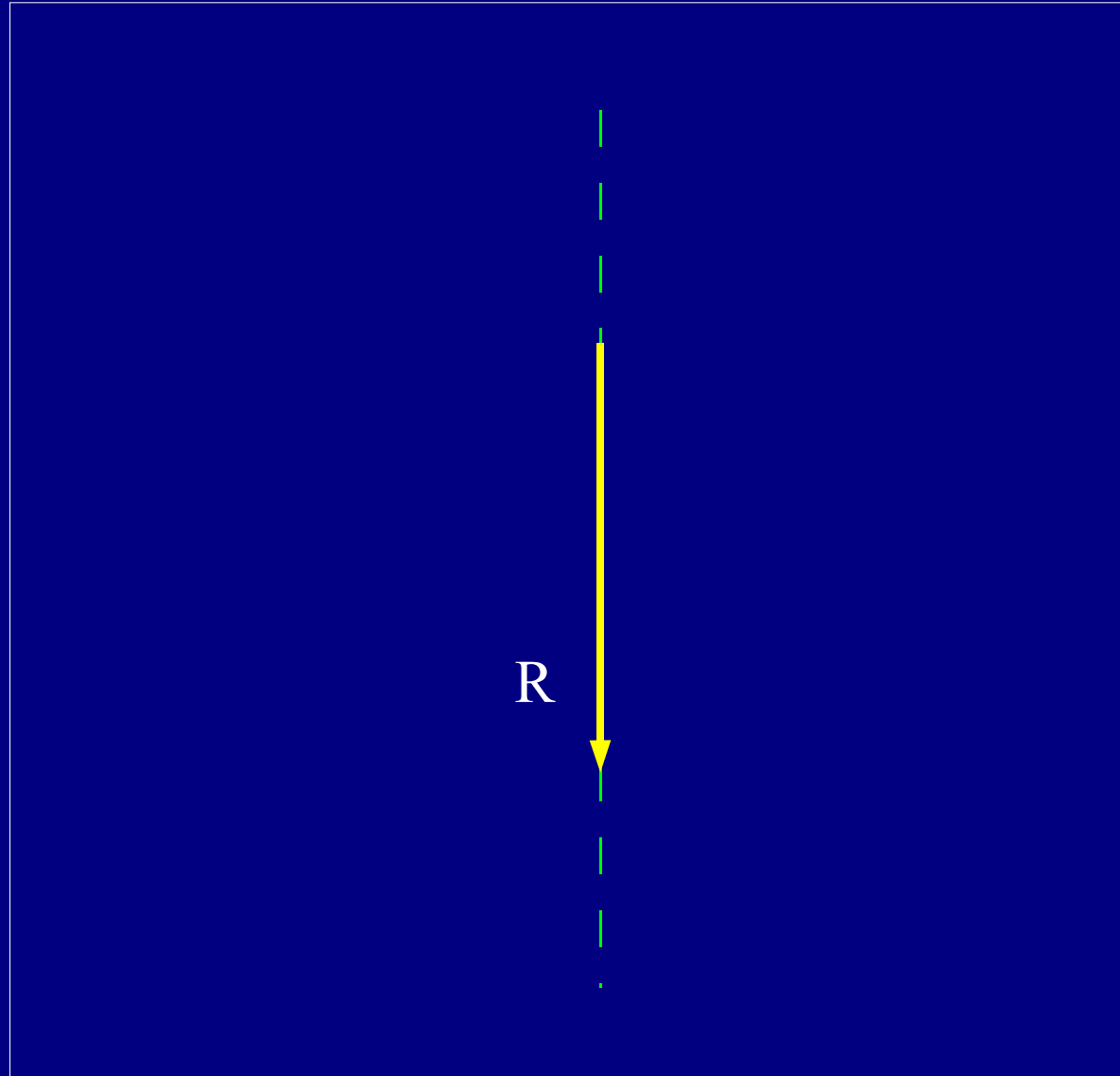
2. Due forze parallele F'_1 e F'_2 , a risultante non nulla, sono riconducibili a due forze convergenti F_1 e F_2 aggiungendo le due forze opposte allineate F e $-F$. L'insieme dei punti di applicazione della risultante per i quali il momento è nullo è una retta parallela a F'_1 e F'_2 .



Riduzione a un punto. Invariante scalare.

- Dato un punto O , qualunque sistema di forze può essere ridotto a un sistema equivalente formato da una forza e una coppia applicate nel punto O .
- Ci sono casi in cui la riduzione a un punto sia più drastica, pervenendo alla sola forza o alla sola coppia.

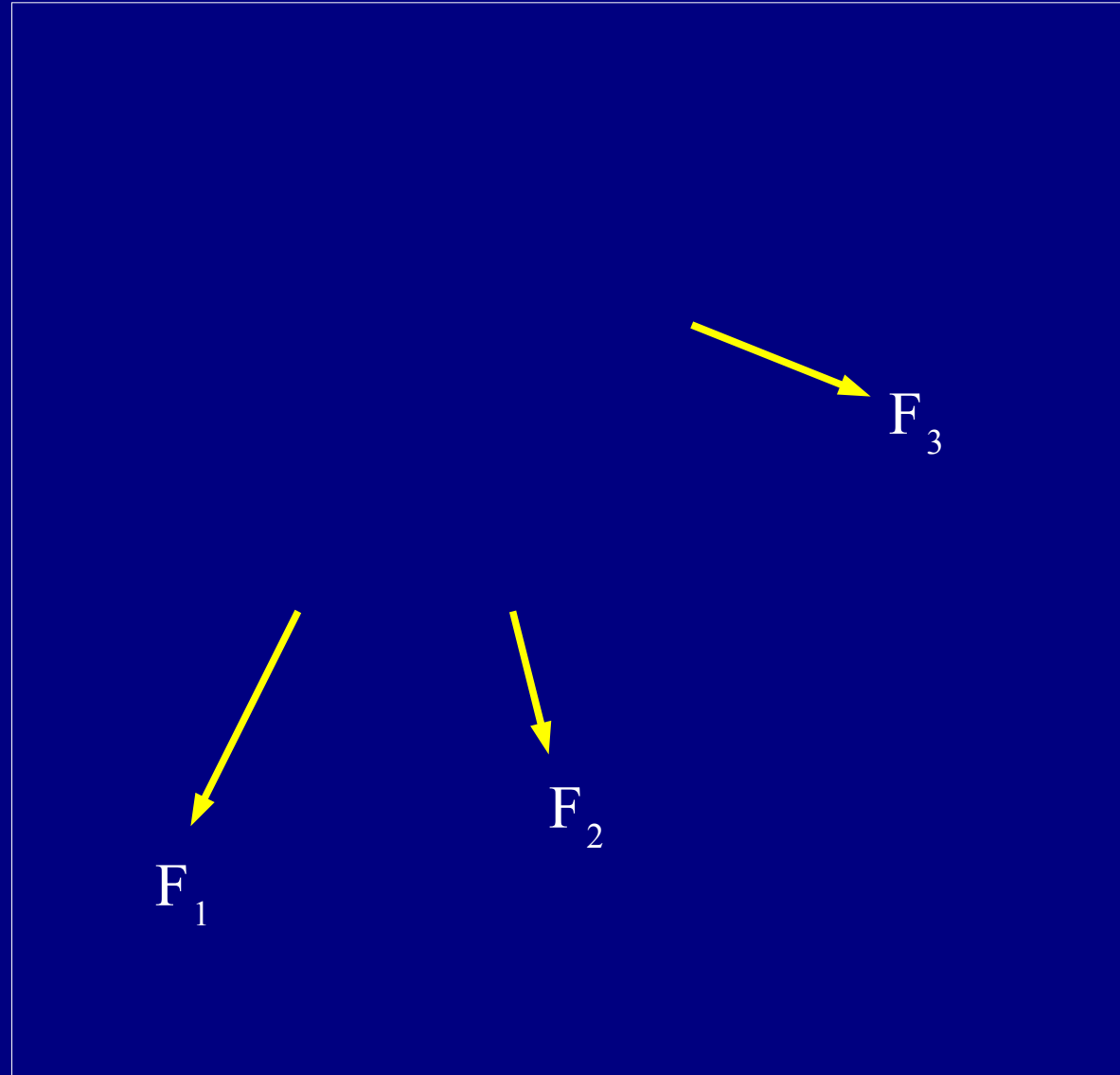
2. Due forze parallele F'_1 e F'_2 , a risultante non nulla, sono riconducibili a due forze convergenti F_1 e F_2 aggiungendo le due forze opposte allineate F e $-F$. L'insieme dei punti di applicazione della risultante per i quali il momento è nullo è una retta parallela a F'_1 e F'_2 .



Riduzione a un punto. Invariante scalare.

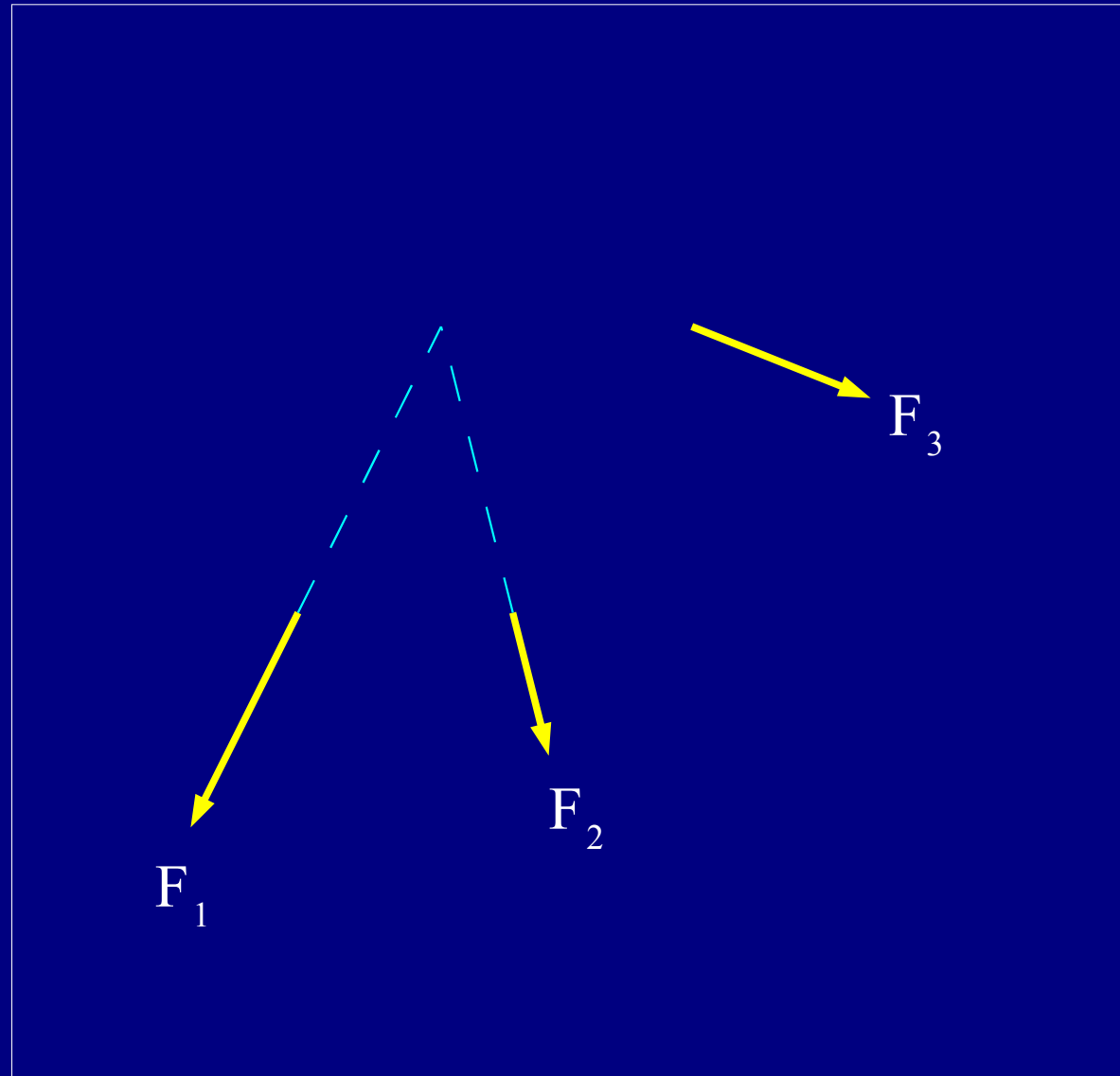
- Dato un punto O , qualunque sistema di forze può essere ridotto a un sistema equivalente formato da una forza e una coppia applicate nel punto O .
- Ci sono casi in cui la riduzione a un punto sia più drastica, pervenendo alla sola forza o alla sola coppia.

3. Più forze nel piano, a risultante non nulla, possono essere ricondotte alla loro risultante R applicando ricorsivamente il punto 1.



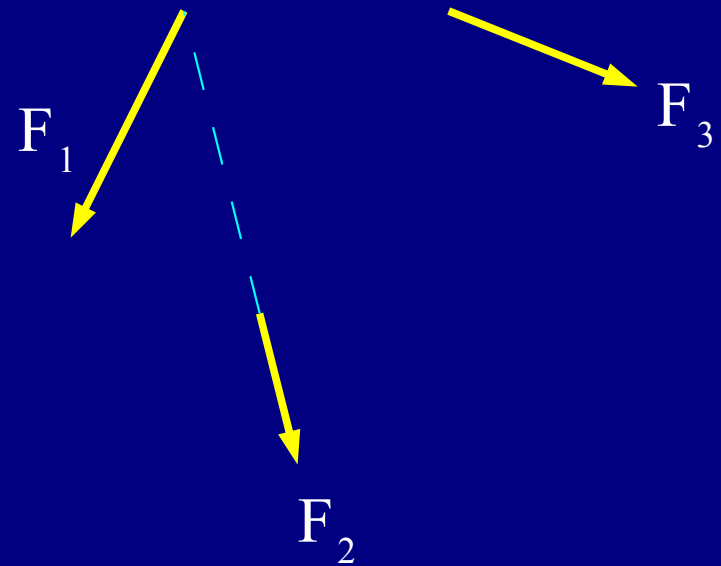
Riduzione a un punto. Invariante scalare.

- Dato un punto O , qualunque sistema di forze può essere ridotto a un sistema equivalente formato da una forza e una coppia applicate nel punto O .
- Ci sono casi in cui la riduzione a un punto sia più drastica, pervenendo alla sola forza o alla sola coppia.
 3. Più forze nel piano, a risultante non nulla, possono essere ricondotte alla loro risultante R applicando ricorsivamente il punto 1.



Riduzione a un punto. Invariante scalare.

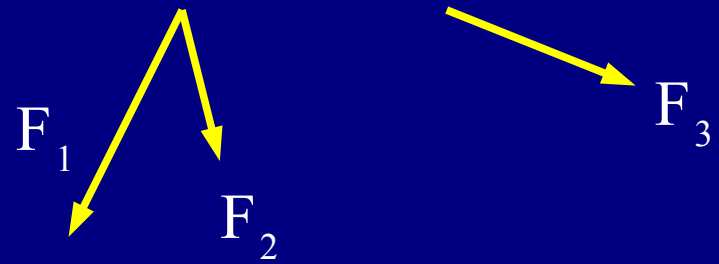
- Dato un punto O , qualunque sistema di forze può essere ridotto a un sistema equivalente formato da una forza e una coppia applicate nel punto O .
- Ci sono casi in cui la riduzione a un punto sia più drastica, pervenendo alla sola forza o alla sola coppia.
 3. Più forze nel piano, a risultante non nulla, possono essere ricondotte alla loro risultante R applicando ricorsivamente il punto 1.



Riduzione a un punto. Invariante scalare.

- Dato un punto O , qualunque sistema di forze può essere ridotto a un sistema equivalente formato da una forza e una coppia applicate nel punto O .
- Ci sono casi in cui la riduzione a un punto sia più drastica, pervenendo alla sola forza o alla sola coppia.

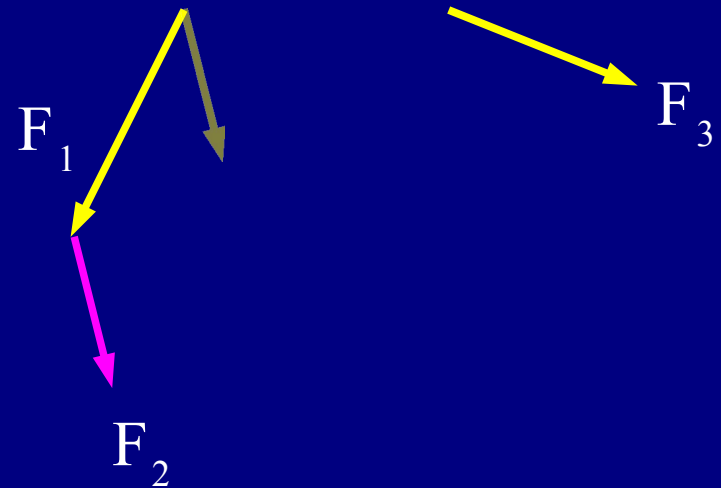
3. Più forze nel piano, a risultante non nulla, possono essere ricondotte alla loro risultante R applicando ricorsivamente il punto 1.



Riduzione a un punto. Invariante scalare.

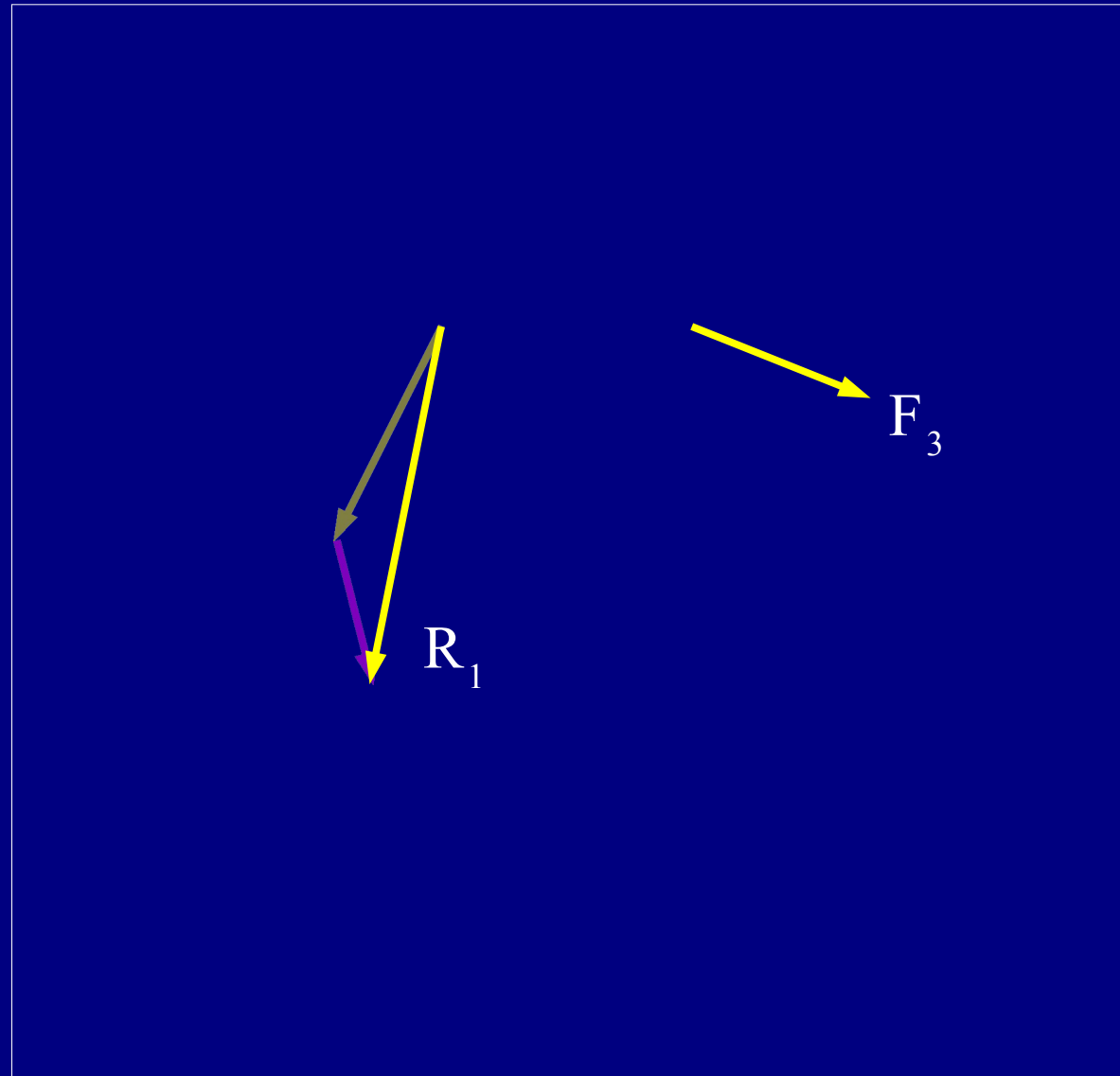
- Dato un punto O , qualunque sistema di forze può essere ridotto a un sistema equivalente formato da una forza e una coppia applicate nel punto O .
- Ci sono casi in cui la riduzione a un punto sia più drastica, pervenendo alla sola forza o alla sola coppia.

3. Più forze nel piano, a risultante non nulla, possono essere ricondotte alla loro risultante R applicando ricorsivamente il punto 1.



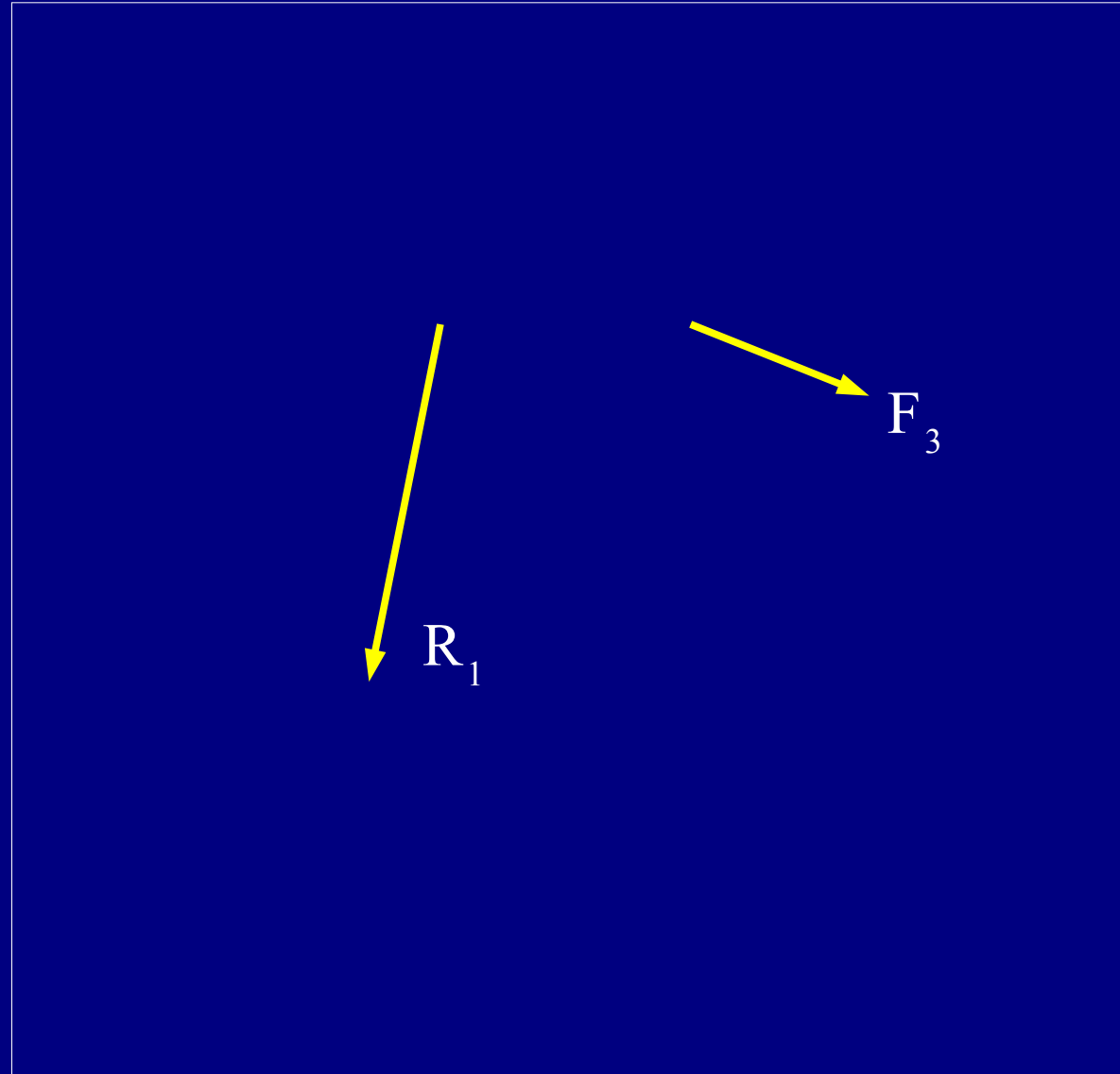
Riduzione a un punto. Invariante scalare.

- Dato un punto O , qualunque sistema di forze può essere ridotto a un sistema equivalente formato da una forza e una coppia applicate nel punto O .
- Ci sono casi in cui la riduzione a un punto sia più drastica, pervenendo alla sola forza o alla sola coppia.
 3. Più forze nel piano, a risultante non nulla, possono essere ricondotte alla loro risultante R applicando ricorsivamente il punto 1.



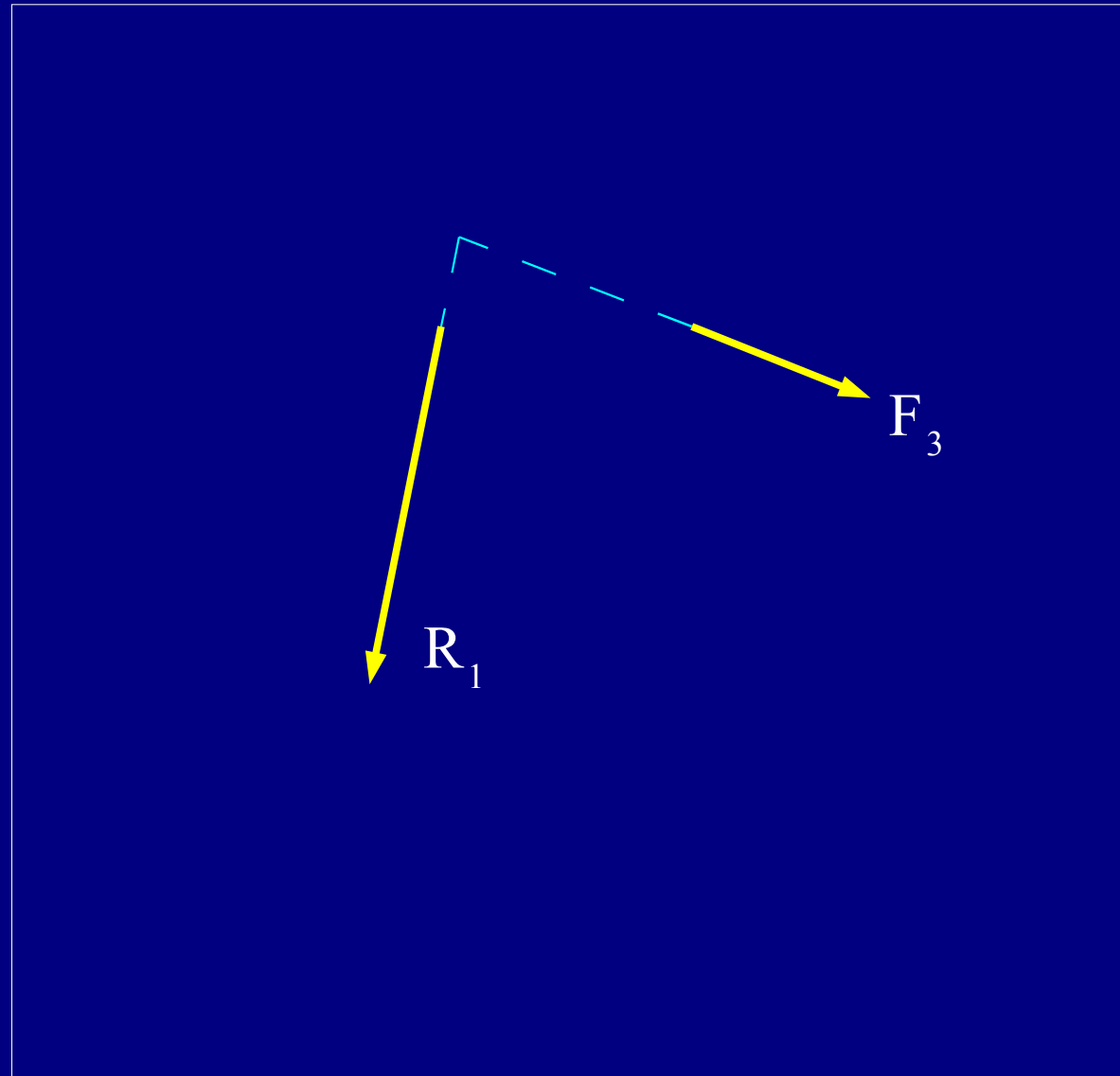
Riduzione a un punto. Invariante scalare.

- Dato un punto O , qualunque sistema di forze può essere ridotto a un sistema equivalente formato da una forza e una coppia applicate nel punto O .
- Ci sono casi in cui la riduzione a un punto sia più drastica, pervenendo alla sola forza o alla sola coppia.
 3. Più forze nel piano, a risultante non nulla, possono essere ricondotte alla loro risultante R applicando ricorsivamente il punto 1.



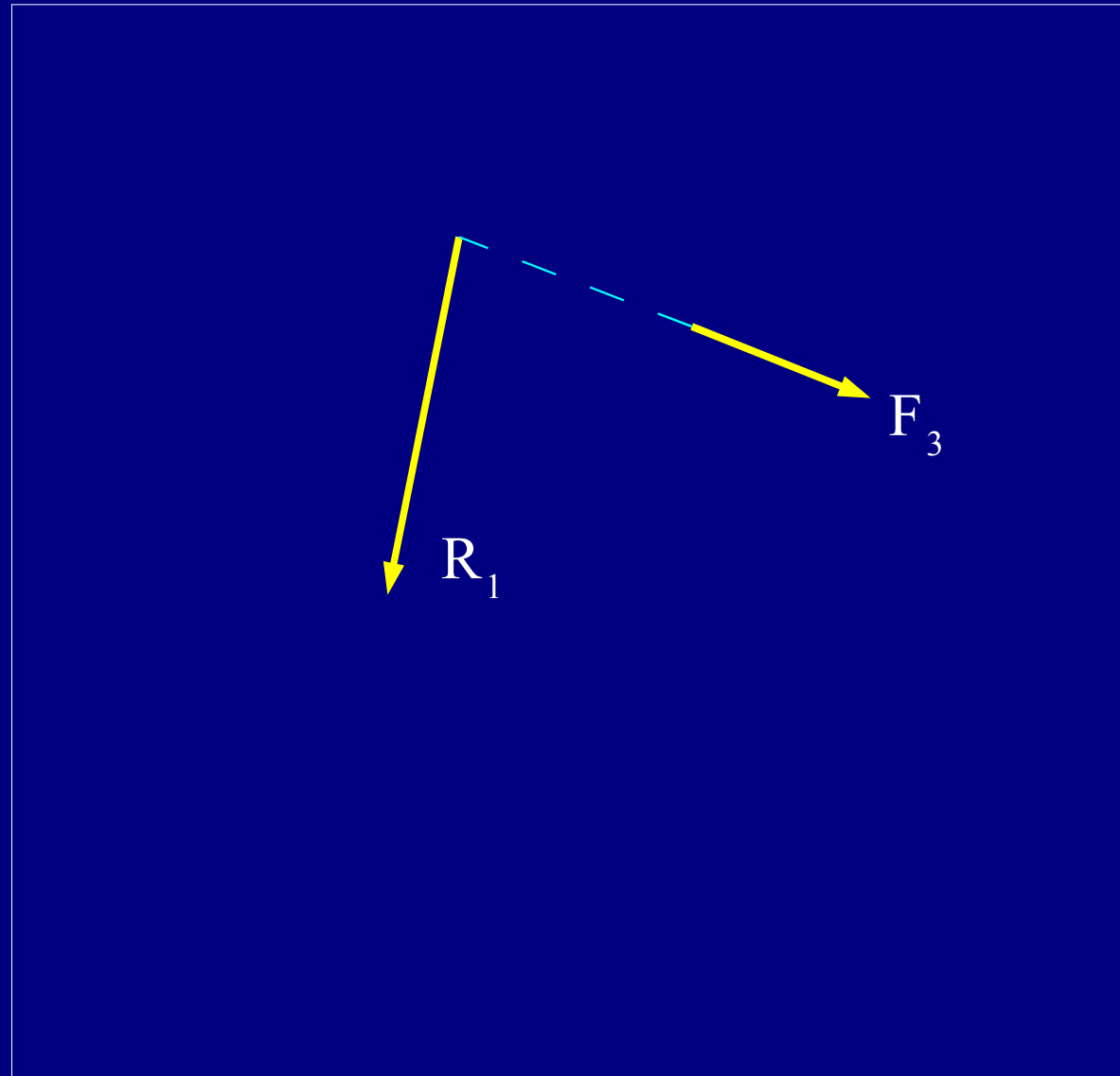
Riduzione a un punto. Invariante scalare.

- Dato un punto O , qualunque sistema di forze può essere ridotto a un sistema equivalente formato da una forza e una coppia applicate nel punto O .
- Ci sono casi in cui la riduzione a un punto sia più drastica, pervenendo alla sola forza o alla sola coppia.
 3. Più forze nel piano, a risultante non nulla, possono essere ricondotte alla loro risultante R applicando ricorsivamente il punto 1.



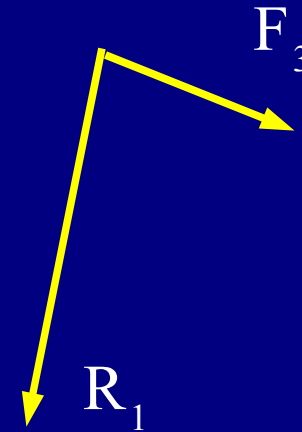
Riduzione a un punto. Invariante scalare.

- Dato un punto O , qualunque sistema di forze può essere ridotto a un sistema equivalente formato da una forza e una coppia applicate nel punto O .
- Ci sono casi in cui la riduzione a un punto sia più drastica, pervenendo alla sola forza o alla sola coppia.
 3. Più forze nel piano, a risultante non nulla, possono essere ricondotte alla loro risultante R applicando ricorsivamente il punto 1.



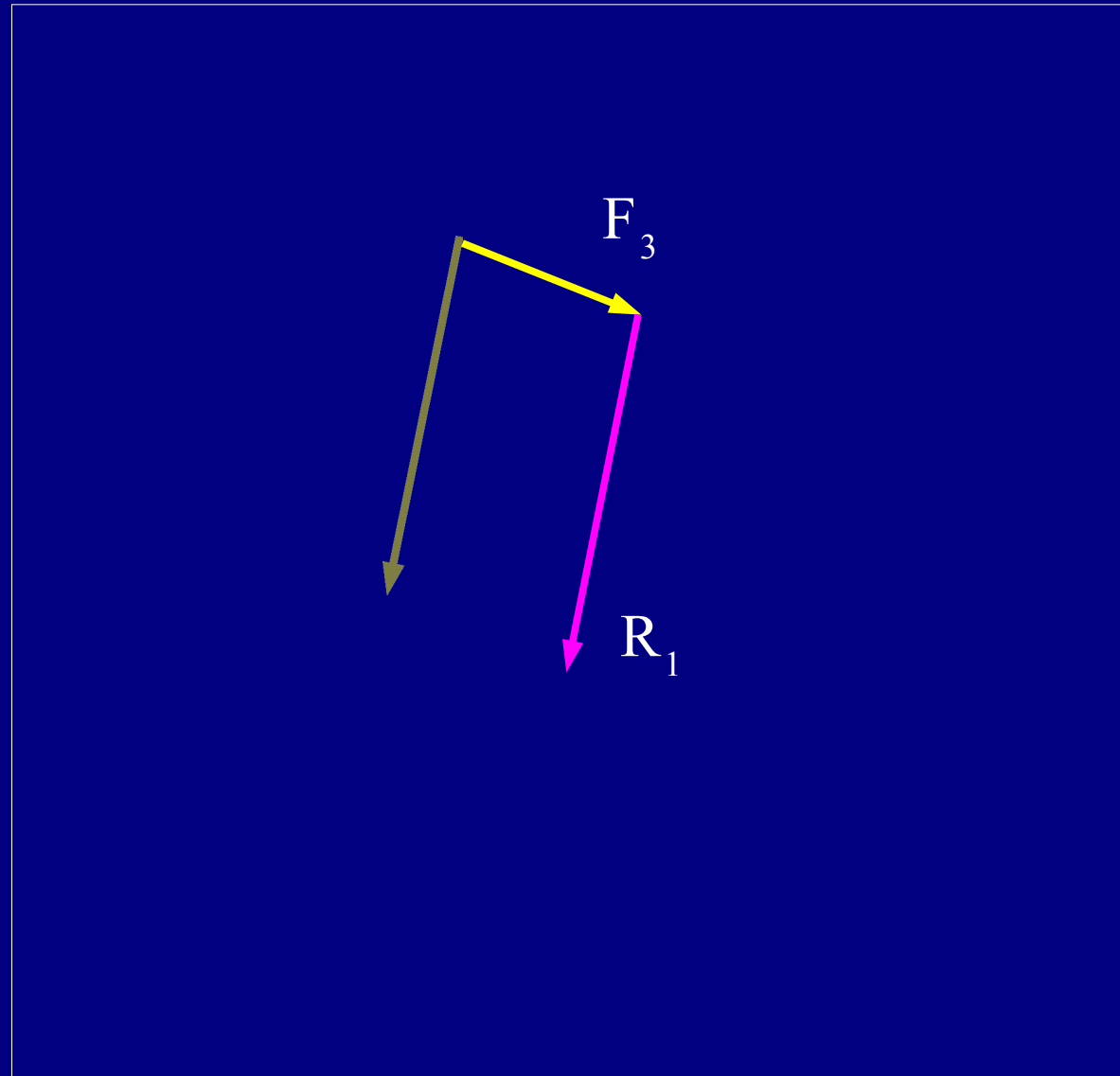
Riduzione a un punto. Invariante scalare.

- Dato un punto O , qualunque sistema di forze può essere ridotto a un sistema equivalente formato da una forza e una coppia applicate nel punto O .
- Ci sono casi in cui la riduzione a un punto sia più drastica, pervenendo alla sola forza o alla sola coppia.
 3. Più forze nel piano, a risultante non nulla, possono essere ricondotte alla loro risultante R applicando ricorsivamente il punto 1.



Riduzione a un punto. Invariante scalare.

- Dato un punto O , qualunque sistema di forze può essere ridotto a un sistema equivalente formato da una forza e una coppia applicate nel punto O .
- Ci sono casi in cui la riduzione a un punto sia più drastica, pervenendo alla sola forza o alla sola coppia.
 3. Più forze nel piano, a risultante non nulla, possono essere ricondotte alla loro risultante R applicando ricorsivamente il punto 1.



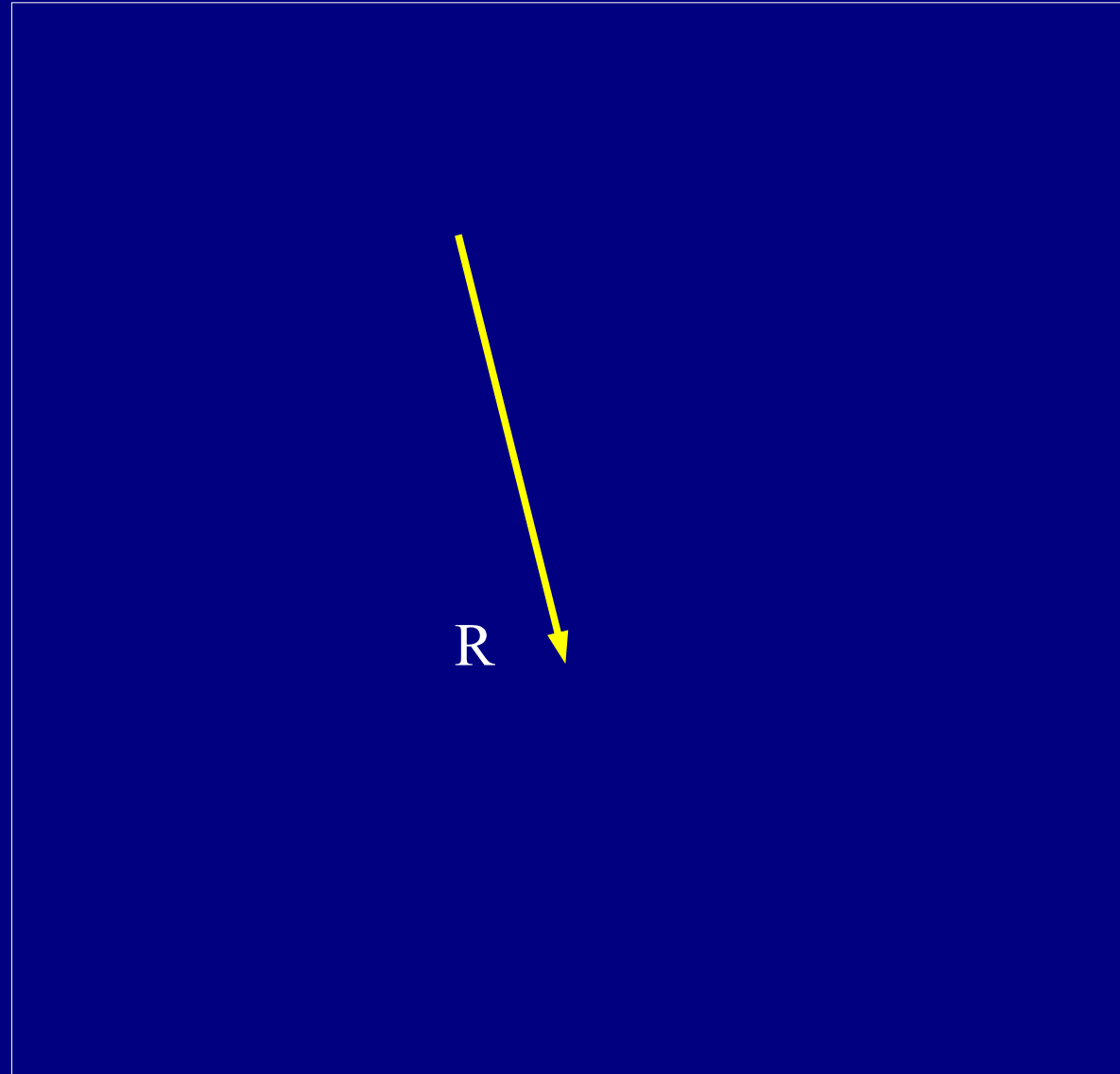
Riduzione a un punto. Invariante scalare.

- Dato un punto O , qualunque sistema di forze può essere ridotto a un sistema equivalente formato da una forza e una coppia applicate nel punto O .
- Ci sono casi in cui la riduzione a un punto sia più drastica, pervenendo alla sola forza o alla sola coppia.
 3. Più forze nel piano, a risultante non nulla, possono essere ricondotte alla loro risultante R applicando ricorsivamente il punto 1.



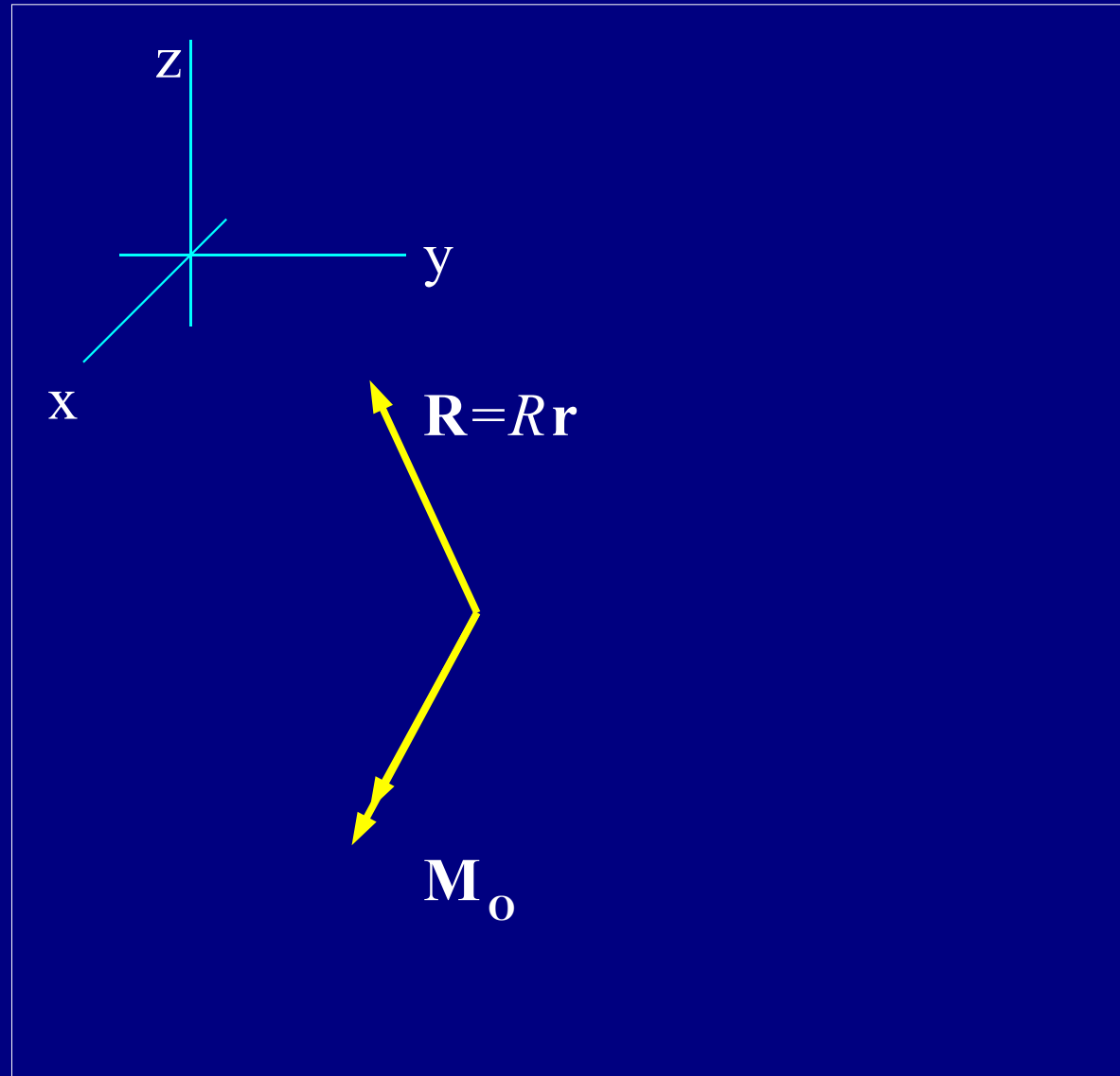
Riduzione a un punto. Invariante scalare.

- Dato un punto O , qualunque sistema di forze può essere ridotto a un sistema equivalente formato da una forza e una coppia applicate nel punto O .
- Ci sono casi in cui la riduzione a un punto sia più drastica, pervenendo alla sola forza o alla sola coppia.
 3. Più forze nel piano, a risultante non nulla, possono essere ricondotte alla loro risultante R applicando ricorsivamente il punto 1.



Riduzione a un punto. Invariante scalare.

- Siano \mathbf{R} e \mathbf{M}_O rispettivamente risultante e momento risultante di un sistema di forze rispetto a un punto O .



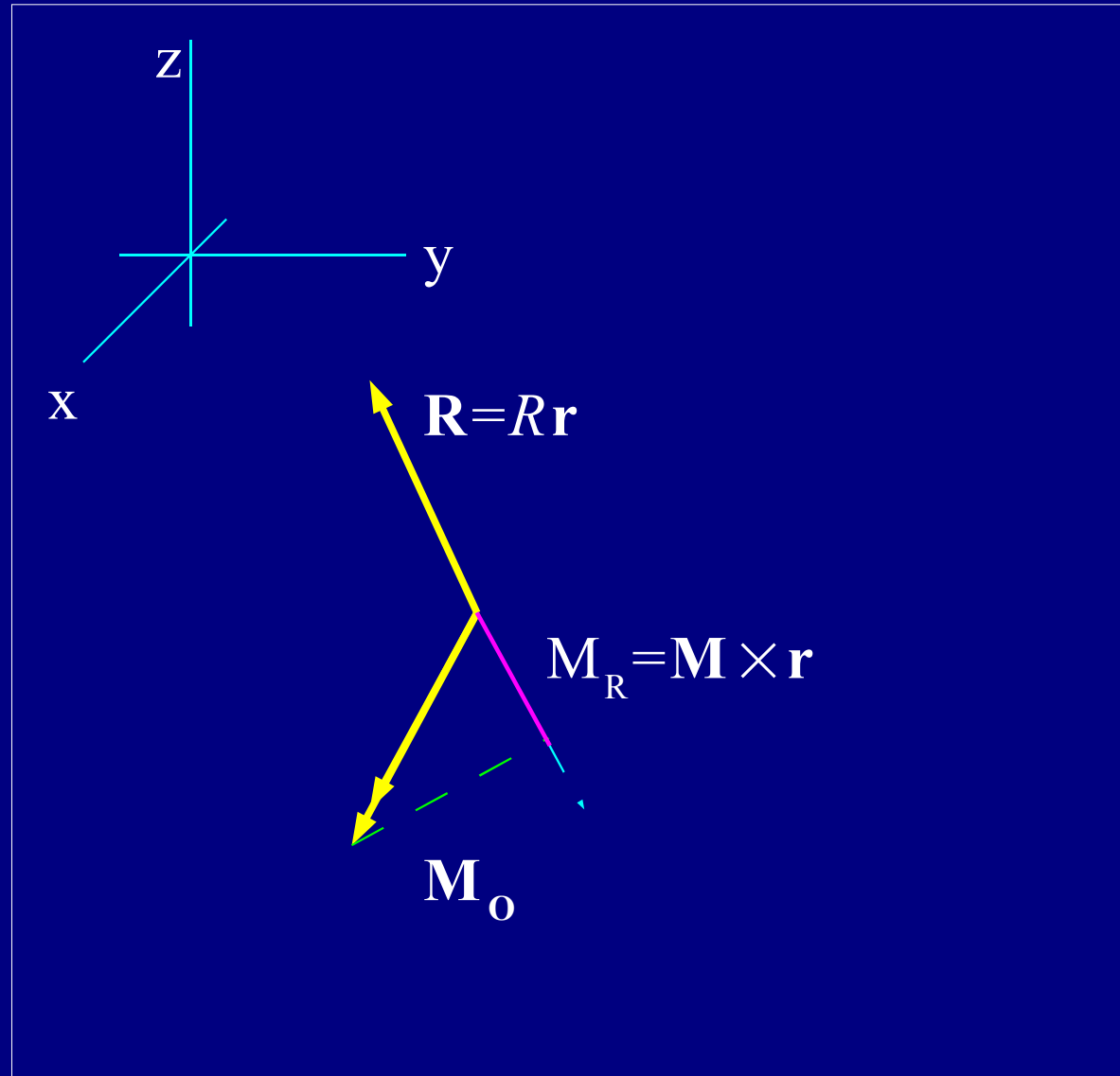
Riduzione a un punto. Invariante scalare.

- Siano \mathbf{R} e \mathbf{M}_O rispettivamente risultante e momento risultante di un sistema di forze rispetto a un punto O .
- Al variare del polo, la proiezione ortogonale M_R di \mathbf{M} in direzione di \mathbf{R} non varia.

$$\vec{M}_{O'} = \vec{M}_O + (\vec{O}' - \vec{O}) \wedge \vec{R}$$

$$((\vec{O}' - \vec{O}) \wedge \vec{R}) \perp \vec{R}$$

$$\vec{M}_{O'} \times \vec{R} = \vec{M}_O \times \vec{R} = M_R$$



Riduzione a un punto. Invariante scalare.

- Siano \mathbf{R} e \mathbf{M}_O rispettivamente risultante e momento risultante di un sistema di forze rispetto a un punto O .
- Al variare del polo, la proiezione ortogonale M_R di \mathbf{M} in direzione di \mathbf{R} non varia.

$$\vec{M}_{O'} = \vec{M}_O + (\vec{O}' - \vec{O}) \wedge \vec{R}$$

$$((\vec{O}' - \vec{O}) \wedge \vec{R}) \perp \vec{R}$$

$$\vec{M}_{O'} \times \vec{R} = \vec{M}_O \times \vec{R} = M_R$$

- Invariante scalare: è una caratteristica del sistema di forze, e corrisponde al valore minimo che il momento può assumere al variare del polo.
- Un sistema di forze può essere ridotto alla sola risultante applicata in un punto O solo se l'invariante scalare è nullo.
- Casi notevoli di sistemi con invariante scalare nullo:
 1. Sistemi piani di forze
 2. Sistemi di forze parallele

