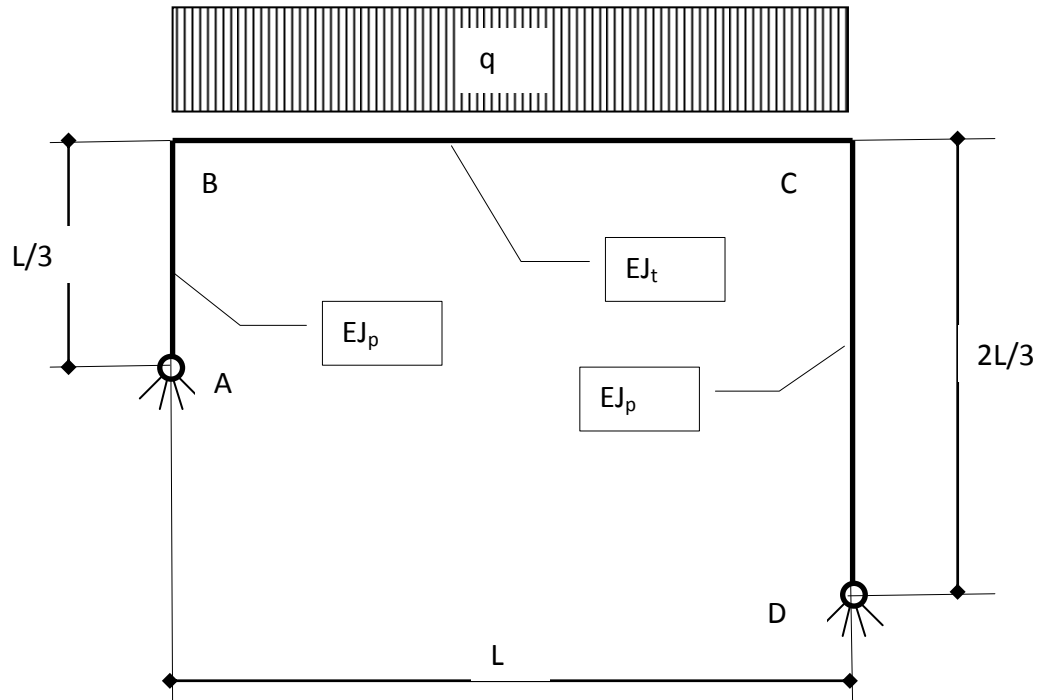


TECNICA DELLE COSTRUZIONI
PROVA SCRITTA DEL 25 SETTEMBRE 2013

Nome _____ Cognome _____ matricola _____

Note	Giudizio	
		buono
		sufficiente
		insufficiente



DATI:

$L = 9.00 \text{ m}$ $q = 30 \text{ kN/m}$

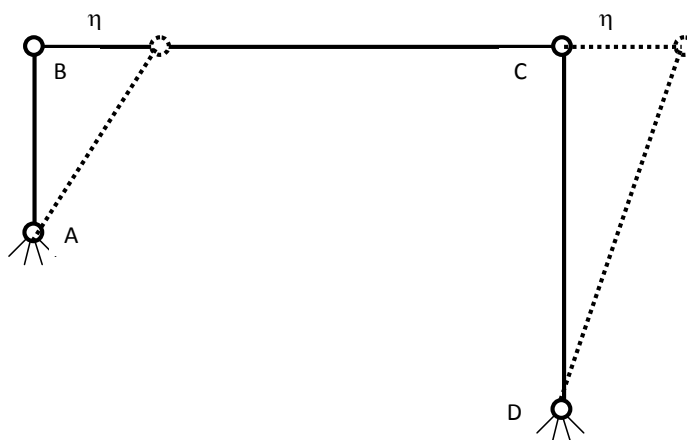
$EJ_t = 3EJ_p = \text{costante}$

$EA = \text{rigidezza assiale} = \infty$

L'Allievo risolva la struttura con metodo a scelta, tracci i diagrammi quantitativi e in scala delle azioni interne (M, V, N) e la deformata qualitativa.

Analisi cinematica

L'analisi cinematica prevede di inserire una cerniera nei nodi, ove non già presente. La struttura si presenta ipostatica e manifesta una possibilità di spostamento: è quindi a **nodi spostabili**.

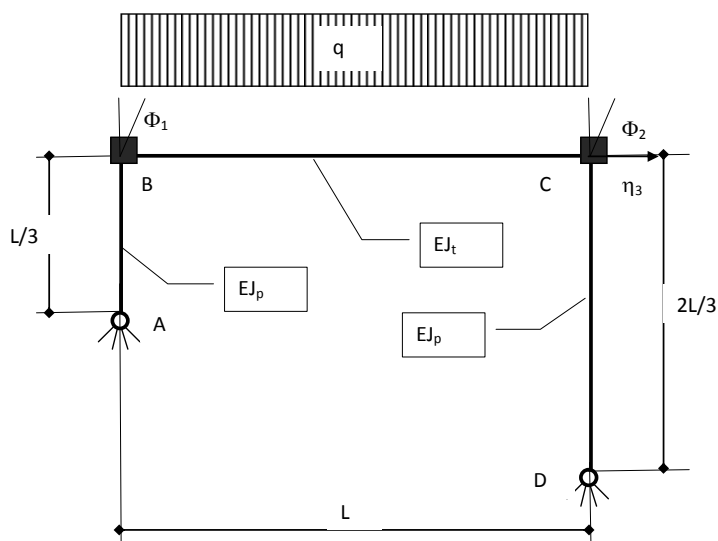


Metodo risolutivo.

È possibile risolvere la struttura con il metodo degli spostamenti (MdS) dove le incognite sono le rotazioni dei nodi B e C e lo spostamento del traverso.

Struttura di servizio.

La struttura di servizio prescelta è geometricamente determinata. Il sistema risolutivo è dato dalle equazioni di equilibrio alla rotazione dei nodi B e C ed alla traslazione del traverso.



$$m_{11} \cdot \phi_1 + m_{12} \cdot \phi_2 + m_{13} \cdot \eta_3 + m_{10} = 0$$

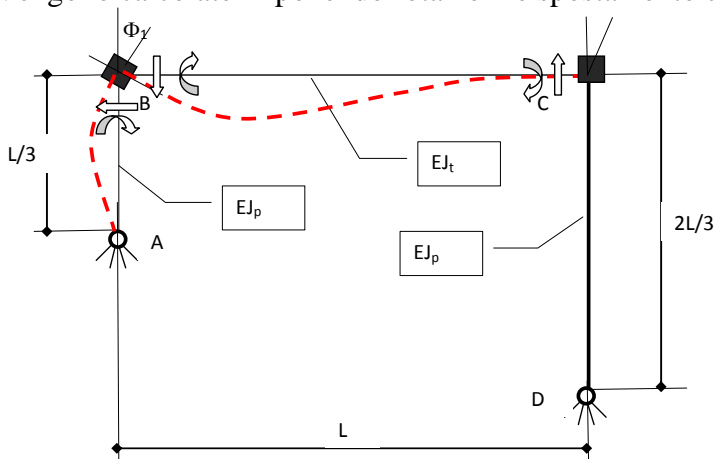
$$m_{21} \cdot \phi_1 + m_{22} \cdot \phi_2 + m_{23} \cdot \eta_3 + m_{20} = 0$$

$$h_{31} \cdot \phi_1 + h_{32} \cdot \phi_2 + h_{33} \cdot \eta_3 + h_{30} = 0$$

TECNICA DELLE COSTRUZIONI
PROVA SCRITTA DEL 25 SETTEMBRE 2013

Calcolo rigidezze

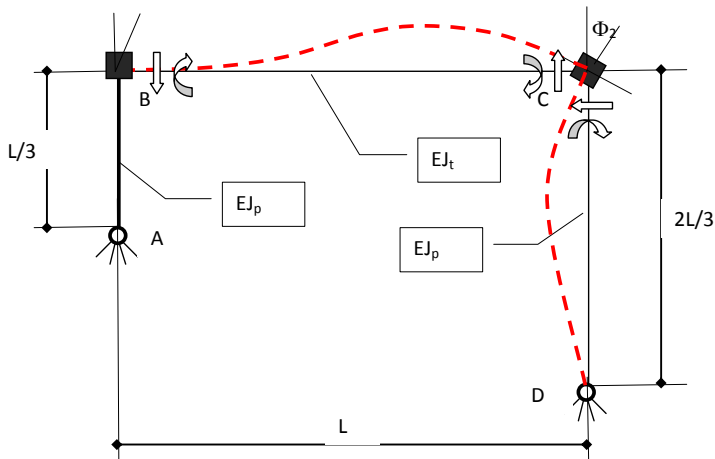
Vengono calcolate imponendo rotazioni e spostamento unitari.



$$m_{11} := \frac{4 \cdot EJ_t}{L} + \frac{3 \cdot EJ_p}{\frac{L}{3}}$$

$$m_{21} := \frac{2 \cdot EJ_t}{L}$$

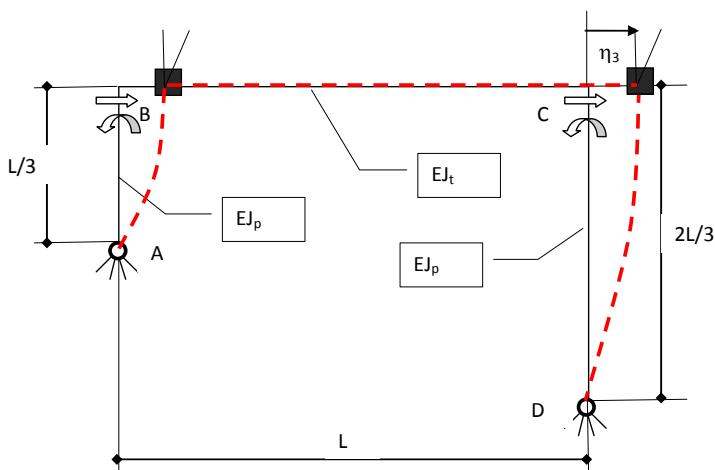
$$h_{31} := - \frac{3 \cdot EJ_p}{\left(\frac{L}{3}\right)^2}$$



$$m_{12} := \frac{2 \cdot EJ_t}{L}$$

$$m_{22} := \frac{4 \cdot EJ_t}{L} + \frac{3 \cdot EJ_p}{\left(\frac{2 \cdot L}{3}\right)}$$

$$h_{32} := - \frac{3 \cdot EJ_p}{\left(\frac{2 \cdot L}{3}\right)^2}$$



$$m_{13} := - \frac{3 \cdot EJ_p}{\left(\frac{L}{3}\right)^2}$$

$$m_{23} := - \frac{3 \cdot EJ_p}{\left(\frac{2L}{3}\right)^2}$$

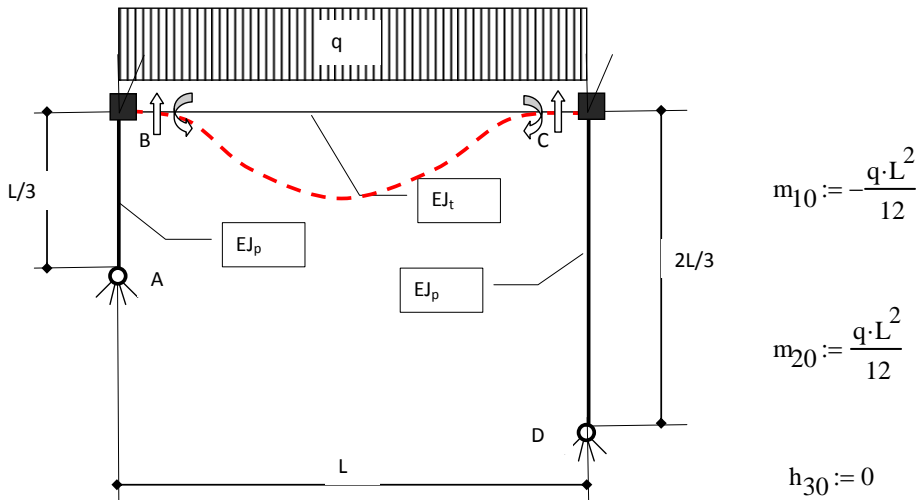
$$h_{33} := \frac{3 \cdot EJ_p}{\left(\frac{L}{3}\right)^3} + \frac{3 \cdot EJ_p}{\left(\frac{2L}{3}\right)^3}$$

TECNICA DELLE COSTRUZIONI
PROVA SCRITTA DEL 25 SETTEMBRE 2013

Calcolo termini noti

Vengono calcolati applicando le azioni previste e mantenendo le incognite identicamente nulle:

$$\phi_1 = \phi_2 = \eta_3 = 0.$$



Sistema risolvete e soluzione

Equazione di equilibrio.

$$m_{11} \cdot \phi_1 + m_{12} \cdot \phi_2 + m_{13} \cdot \eta_3 + m_{10} = 0$$

$$m_{21} \cdot \phi_1 + m_{22} \cdot \phi_2 + m_{23} \cdot \eta_3 + m_{20} = 0$$

$$h_{31} \cdot \phi_1 + h_{32} \cdot \phi_2 + h_{33} \cdot \eta_3 + h_{30} = 0$$

$$KA := \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{pmatrix}$$

$$KB := \begin{pmatrix} m_{10} \\ m_{20} \\ h_{30} \end{pmatrix}$$

$$X := KA^{-1} \cdot KB$$

$$KA = \begin{pmatrix} 2.333 & 0.667 & -0.333 \\ 0.667 & 1.833 & -0.083 \\ -0.333 & -0.083 & 0.125 \end{pmatrix}$$

$$KB = \begin{pmatrix} 202.5 \\ -202.5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 189.844 \\ -161.367 \\ 398.672 \end{pmatrix} / EJ_p$$

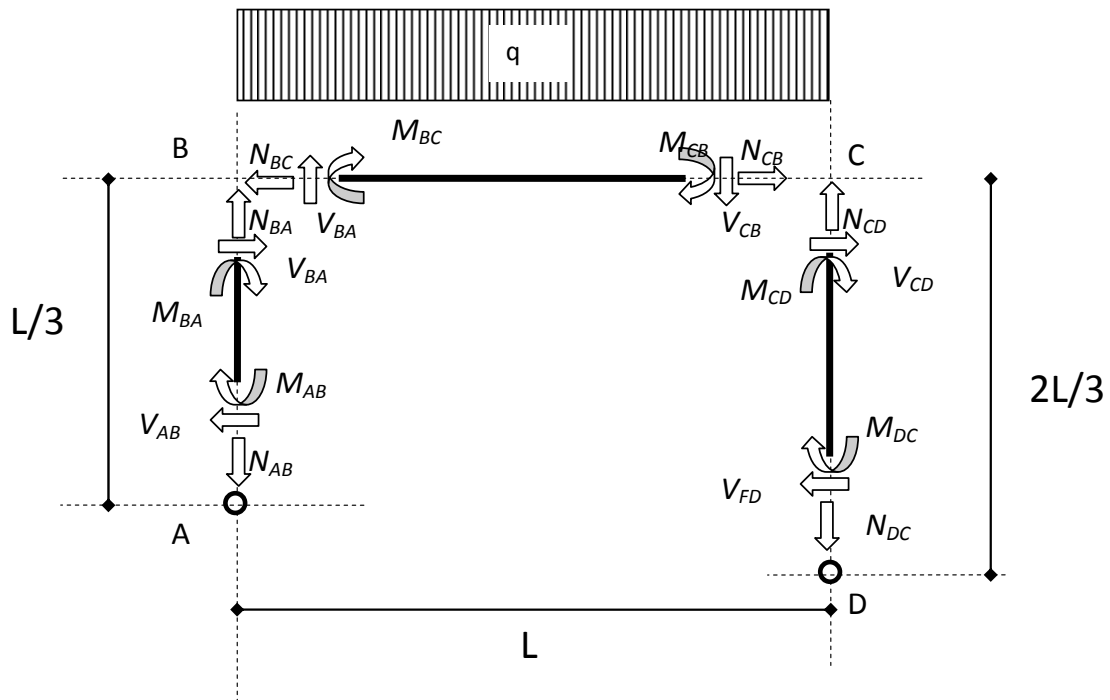
$$\phi_1 = 189.844 / EJ_p$$

$$\phi_2 = -161.367 / EJ_p$$

$$\eta_3 = 398.672 / EJ_p$$

TECNICA DELLE COSTRUZIONI
PROVA SCRITTA DEL 25 SETTEMBRE 2013

Azioni interne nelle aste



ASTA AB

$$M_{AB} := 0 \qquad M_{AB} = 0 \quad \text{kNm}$$

$$M_{BA} := \frac{3 \cdot E J_p}{\left(\frac{L}{3}\right)} \cdot \phi_1 + 0 \phi_2 - \frac{3 \cdot E J_p}{\left(\frac{L}{3}\right)^2} \cdot \eta_3 + 0 \qquad M_{BA} = 56.953 \quad \text{kNm}$$

$$V_{AB} := -\frac{M_{AB} + M_{BA}}{\left(\frac{L}{3}\right)} + 0 \qquad V_{AB} = -18.984 \quad \text{kN}$$

$$V_{BA} := -\frac{M_{AB} + M_{BA}}{\left(\frac{L}{3}\right)} + 0 \qquad V_{BA} = -18.984 \quad \text{kN}$$

$$N_{BA} := -V_{BC} \qquad N_{BA} = -128.672 \quad \text{kN}$$

ASTA BC

$$M_{BC} := \frac{4 \cdot E J_t}{L} \cdot \phi_1 + \frac{2 \cdot E J_t}{L} \cdot \phi_2 + 0 \cdot \eta_3 - \frac{q \cdot L^2}{12} \qquad M_{BC} = -56.953 \quad \text{kNm}$$

$$M_{CB} := \left(\frac{2 \cdot E J_t}{L} \cdot \phi_1 + \frac{4 \cdot E J_t}{L} \cdot \phi_2 + 0 \cdot \eta_3 \right) + \frac{q \cdot L^2}{12} \qquad M_{CB} = 113.906 \quad \text{kNm}$$

TECNICA DELLE COSTRUZIONI
PROVA SCRITTA DEL 25 SETTEMBRE 2013

$$V_{BC} := -\frac{M_{BC} + M_{CB}}{L} + \frac{q \cdot L}{2} \quad V_{BC} = 128.672 \quad \text{kN}$$

$$V_{CB} := -\frac{M_{BC} + M_{CB}}{L} - \frac{q \cdot L}{2} \quad V_{CB} = -141.328 \quad \text{kN}$$

$$M(x) := M_{BC} + V_{BC} \cdot x - q \cdot \frac{x^2}{2} \quad x_0 = 4.289 \quad \text{m} \quad M(x_0) = 218.988 \quad \text{kNm}$$

$$N_{BC} := V_{BA} \quad N_{BC} = -18.984 \quad \text{kN}$$

ASTA CD

$$M_{DC} := 0 \quad M_{DC} = 0 \quad \text{kNm}$$

$$M_{CD} := 0 \cdot \phi_1 + \frac{3 \cdot EJ_p}{\left(\frac{2 \cdot L}{3}\right)} \phi_2 - \frac{3 \cdot EJ_p}{\left(\frac{2 \cdot L}{3}\right)^2} \cdot \eta_3 + 0 \quad M_{CD} = -113.906 \quad \text{kNm}$$

$$V_{DC} := -\frac{M_{DC} + M_{CD}}{\left(\frac{2 \cdot L}{3}\right)} + 0 \quad V_{DC} = 18.984 \quad \text{kN}$$

$$V_{CD} := -\frac{M_{DC} + M_{CD}}{\left(\frac{2 \cdot L}{3}\right)} + 0 \quad V_{CD} = 18.984 \quad \text{kN}$$

$$N_{CD} := V_{CB} \quad N_{CD} = -141.328 \quad \text{kN}$$

Equilibri

Si verificano gli equilibri alla rotazione dei nodi B e C ed alla traslazione dell'asta BC.

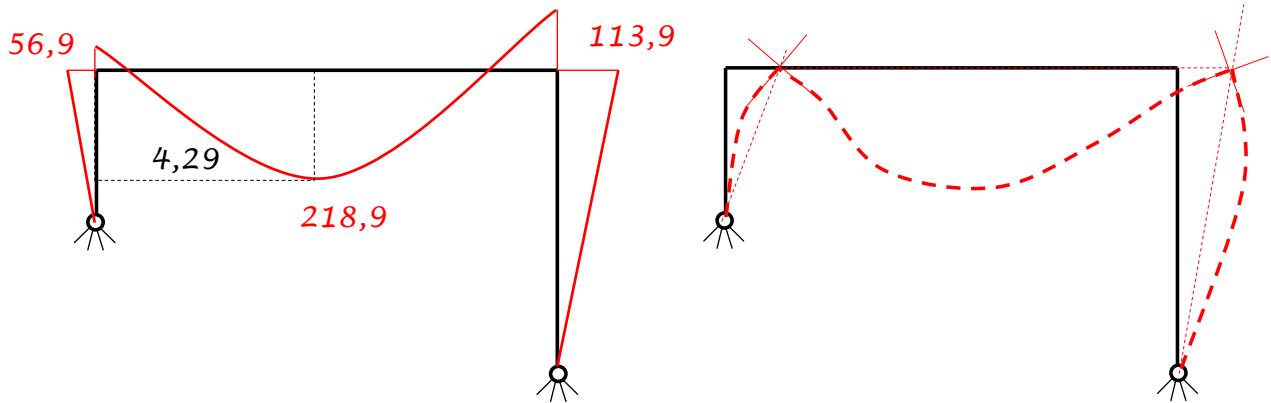
$$M_{BA} + M_{BC} = 2.842 \times 10^{-14} \quad N_{BA} + N_{CD} + q \cdot L = 0$$

$$M_{CB} + M_{CD} = 1.421 \times 10^{-14} \quad V_{AB} + V_{CD} = 0$$

TECNICA DELLE COSTRUZIONI
PROVA SCRITTA DEL 25 SETTEMBRE 2013

Momento flettente e deformata

Momenti in kNm disegnati dalla parte delle fibre tese,



Taglio e azione assiale

tagli in kN positivi se provocano un angolo di scorrimento orario, azioni assiali in kN, positive di trazione.

