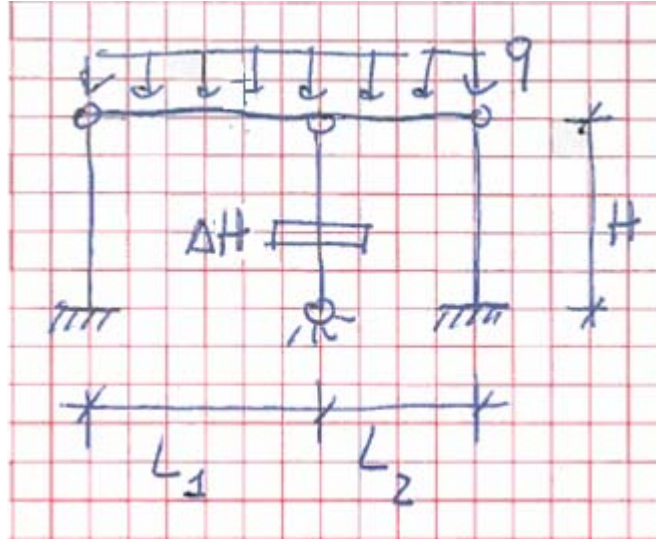


TECNICA DELLE COSTRUZIONI
PROVA SCRITTA DEL 12 GIUGNO 2013

Nome _____ Cognome _____ matricola _____

Note	Giudizio	
		buono
		sufficiente
		insufficiente



DATI:

$L_1 = 6.00 \text{ m}$ $L_2 = 4.00 \text{ m}$ $H = 5.00 \text{ m}$
 $q = 50.0 \text{ kN/m}$ $\Delta H = (q \cdot H^4) / (50 \cdot EJ)$ (allungamento imposto al puntello centrale)
 $EJ = \text{costante}$
 $EA = \text{rigidezza assiale} = \infty$

L'Allievo risolve la struttura con metodo a scelta, tracci i diagrammi quantitativi e in scala delle azioni interne (M, V, N) e la deformata qualitativa.



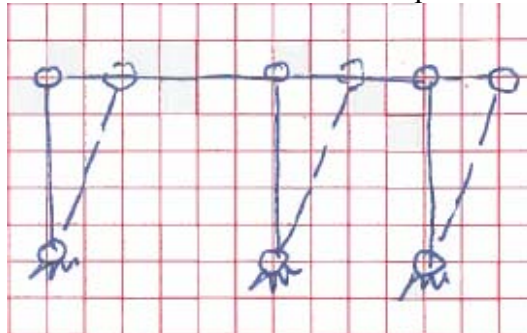
A seguito di eventi eccezionali (ad esempio un incendio, come mostrato nella fotografia) si rende spesso necessaria la puntellazione della struttura interessata.

Il puntello è generalmente costituito da un tubo tipo "Innocenti" regolabile con una vite e che può interpretarsi staticamente come una biella. La regolazione della vite si configura come una distorsione impressa ΔH dipendente dal passo della vite e dall'angolo di rotazione imposto.

In funzione dell'entità della distorsione impressa ΔH si può variare significativamente il diagramma delle azioni interne.

Analisi cinematica

L'analisi cinematica prevede di inserire una cerniera nei nodi, ove non già presente: si evidenzia solo lo spostamento orizzontale del traverso. La struttura è dunque a **nodi spostabili**.

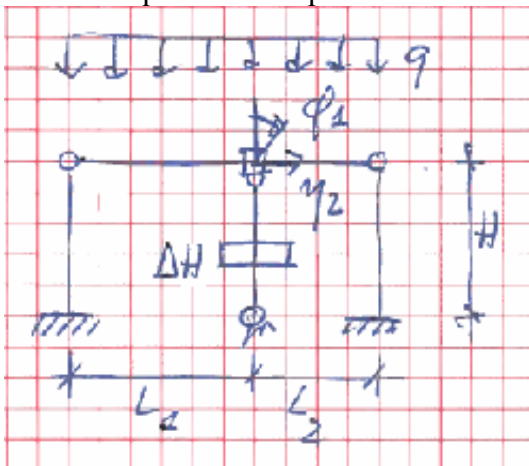


Metodo risolutivo.

È possibile risolvere la struttura con il metodo degli spostamenti (MdS) dove le incognite sono la rotazione e lo spostamento orizzontale del nodo centrale.

Struttura di servizio.

La struttura di servizio prescelta è geometricamente determinata. Il sistema risolutivo è dato dal sistema di equazioni di equilibrio alla rotazione del nodo centrale ed alla traslazione del traverso.

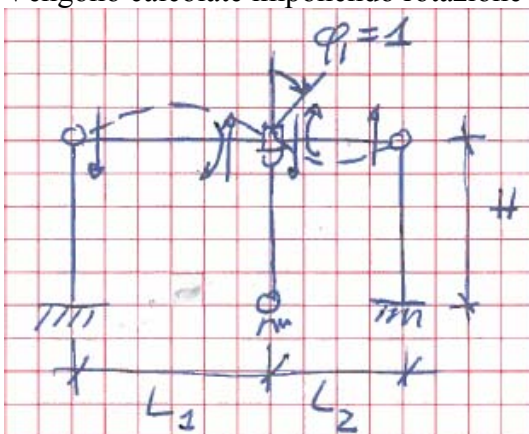


$$m_{11} \cdot \phi_1 + m_{12} \cdot \eta_2 + m_{10} = 0$$

$$h_{21} \cdot \phi_1 + h_{22} \cdot \eta_2 + h_{20} = 0$$

Calcolo rigidezze

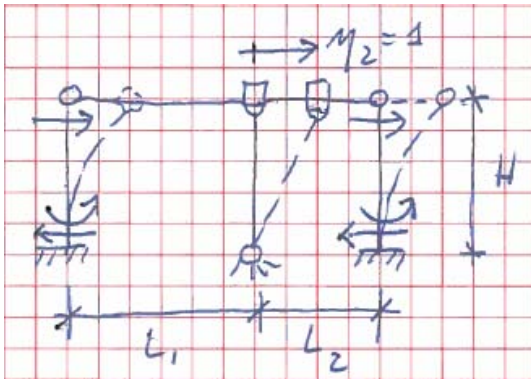
Vengono calcolate imponendo rotazione e spostamento unitari.



$$m_{11} := \frac{3 \cdot EJ}{L_1} + \frac{3 \cdot EJ}{L_2}$$

$$h_{21} := 0$$

TECNICA DELLE COSTRUZIONI
PROVA SCRITTA DEL 12 GIUGNO 2013

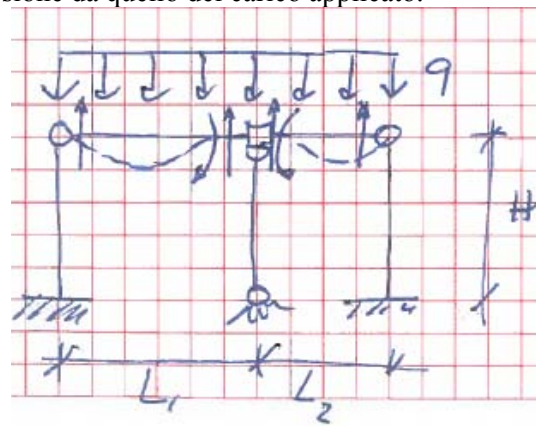
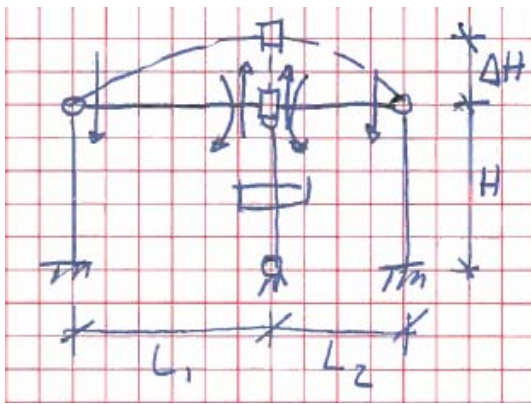


$$m_{12} := 0$$

$$h_{22} := 2 \cdot \frac{3 \cdot EJ}{H^3}$$

Calcolo termini noti

Vengono calcolati applicando le azioni previste e mantenendo le incognite identicamente nulle: $\phi_1 = \eta_2 = 0$. Per comodità di esposizione si separa l'effetto della distorsione da quello del carico applicato.



$$m_{10} := \left(\frac{3 \cdot EJ}{L_1^2} \cdot \Delta H - \frac{3 \cdot EJ}{L_2^2} \cdot \Delta H \right) + \left(\frac{q \cdot L_1^2}{8} - \frac{q \cdot L_2^2}{8} \right)$$

$$h_{20} := 0 + 0$$

Sistema risolvente e soluzione

Equazioni di equilibrio.

$$m_{11} \cdot \phi_1 + m_{12} \cdot \eta_2 + m_{10} = 0$$

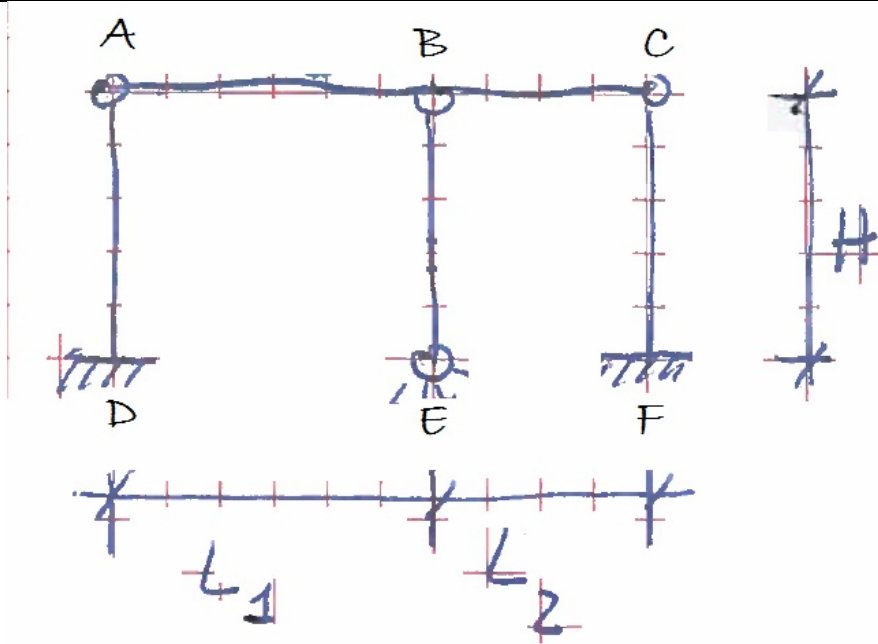
$$h_{21} \cdot \phi_1 + h_{22} \cdot \eta_2 + h_{20} = 0$$

$$KA := \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} \quad B0 := - \begin{pmatrix} m_{10} \\ h_{20} \end{pmatrix} \quad KA = \begin{pmatrix} 1.25 & 0 \\ 0 & 0.048 \end{pmatrix} \quad B0 = \begin{pmatrix} -59.896 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\phi_1 = -47.917 \quad 1/EJ \quad \eta_2 = 0 \quad m$$

TECNICA DELLE COSTRUZIONI
PROVA SCRITTA DEL 12 GIUGNO 2013

Azioni interne nelle aste



ASTA AB

$$M_{AB} := 0$$

$$M_{AB} = 0 \text{ kNm}$$

$$M_{BA} := \frac{3 \cdot EJ}{L_1} \cdot \phi_1 + 0 \cdot \eta_2 + \frac{3 \cdot EJ}{L_1^2} \cdot \Delta H + \frac{q \cdot L_1^2}{8} \quad M_{BA} = 253.125 \text{ kNm}$$

$$V_{AB} := -\frac{M_{AB} + M_{BA}}{L_1} + \frac{q \cdot L_1}{2} \quad V_{AB} = 107.813 \text{ kN}$$

$$V_{BA} := -\frac{M_{AB} + M_{BA}}{L_1} - \frac{q \cdot L_1}{2} \quad V_{BA} = -192.188 \text{ kN}$$

ASTA BC

$$M_{BC} := \frac{3 \cdot EJ}{L_2} \cdot \phi_1 + 0 \cdot \eta_2 - \frac{3 \cdot EJ}{L_2^2} \cdot \Delta H - \frac{q \cdot L_2^2}{8} \quad M_{BC} = -253.125 \text{ kNm}$$

$$M_{CB} := 0$$

$$M_{CB} = 0 \text{ kNm}$$

$$V_{BC} := -\frac{M_{BC} + M_{CB}}{L_2} + \frac{q \cdot L_2}{2} \quad V_{BC} = 163.281 \text{ kN}$$

$$V_{CB} := -\frac{M_{BC} + M_{CB}}{L_2} - \frac{q \cdot L_2}{2} \quad V_{CB} = -36.719 \text{ kN}$$

ASTE AD, BE e DF

Le azioni flettenti e di taglio nelle aste verticali AD, BE e DF sono ovviamente nulle. Le azioni assiali valgono:

TECNICA DELLE COSTRUZIONI
PROVA SCRITTA DEL 12 GIUGNO 2013

$$N_{AD} := -V_{AB}$$

$$N_{AD} = -107.813 \text{ kN}$$

$$N_{BE} := V_{BA} - V_{BC}$$

$$N_{BE} = -355.469 \text{ kN}$$

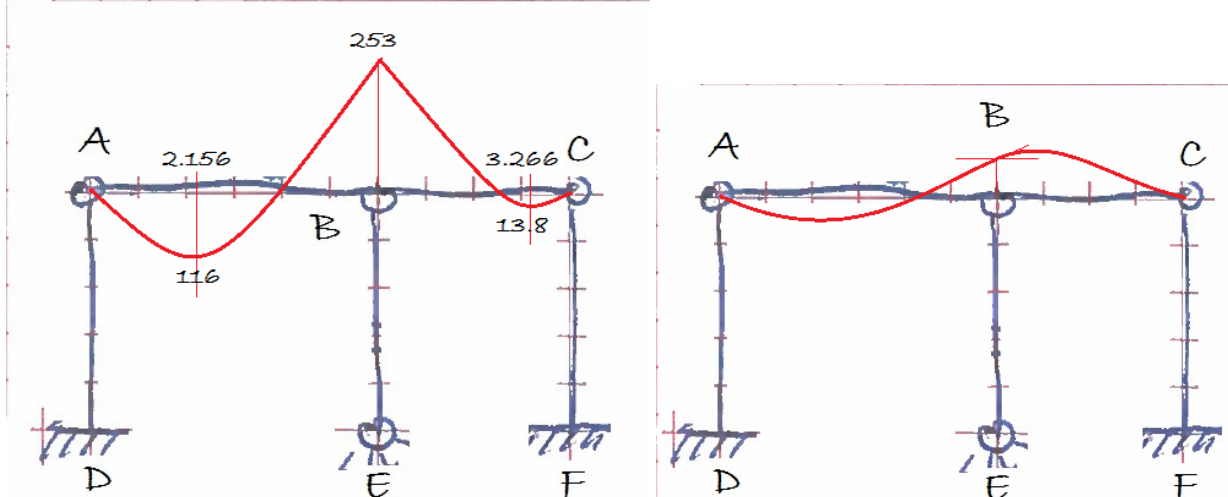
$$N_{CF} := V_{CB}$$

$$N_{CF} = -36.719 \text{ kN}$$

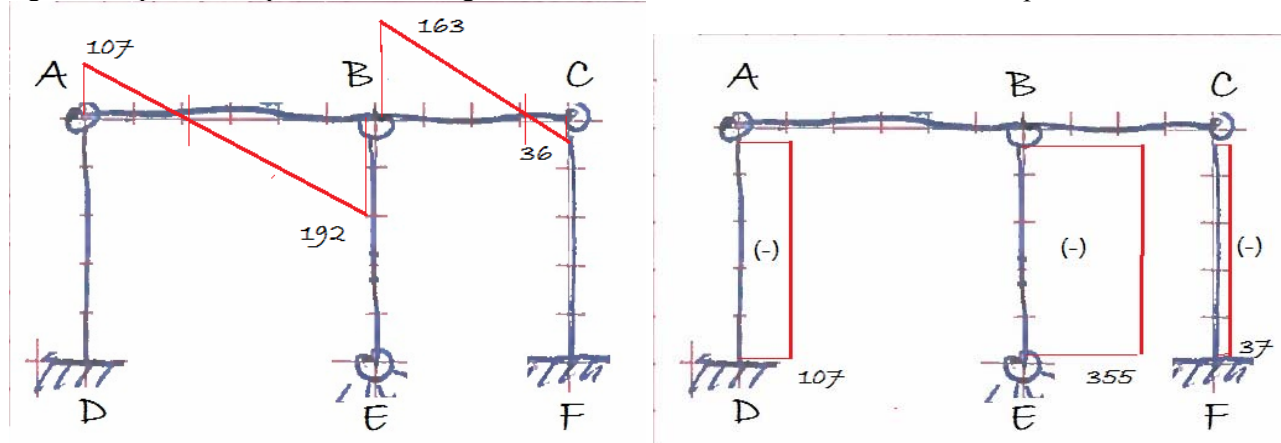
Diagrammi

Momento flettente e Taglio

Momenti in kNm disegnati dalla parte delle fibre tese,



tagli in kN positivi se provocano un angolo di scorrimento orario, azioni assiali in kN, positive di trazione.



A titolo di confronto si riportano i seguenti momenti significati dell'asta ABC:

1. puntello assente: massimo momento positivo in campata

$$M_{\text{ass}} = 625 \text{ kNm}$$

2. puntello presente, ma senza distorsione applicata

$$M_0 := -175 \text{ kNm}$$

3. puntello presente, distorsione applicata

$$M_{\Delta H} := -253 \text{ kNm}$$

E' evidente come la presenza del puntello e la sua eventuale forzatura possa sensibilmente modificare lo stato di sollecitazione della trave stessa.