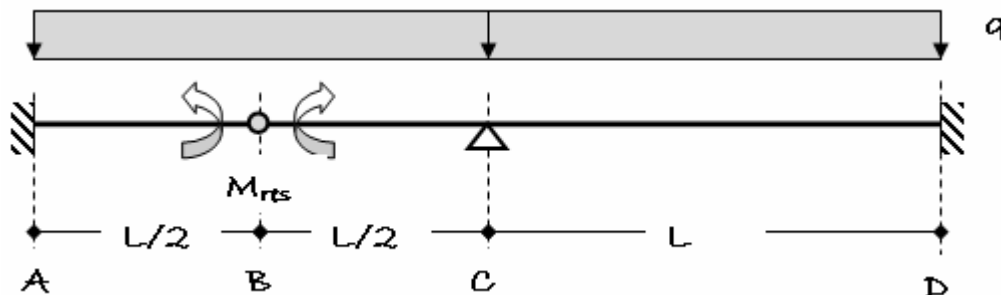


TECNICA DELLE COSTRUZIONI
PROVA SCRITTA DEL 26 GIUGNO 2013

Nome _____ Cognome _____ matricola _____

Note	Giudizio
	buono
	sufficiente
	insufficiente



DATI:

$L = 10.00 \text{ m}$
 $q = 80.0 \text{ kN/m}$ $M_{res} = 40 \text{ kNm}$
 $EJ_p = \text{costante}$
 $EA = \text{rigidezza assiale} = \infty$

L'Allievo risolve la struttura con metodo a scelta, tracci i diagrammi quantitativi e in scala delle azioni interne (M, V, N) e la deformata qualitativa.



A causa di un evento eccezionale (ad esempio l'urto di un veicolo fuori sagoma) una campata della trave continua oggetto del presente tema, realizzata in CAO, potrebbe subire il tranciamento totale o parziale delle armature inferiori: il momento residuo potrebbe quindi risultare molto minore del momento resistente di progetto: $M_{res} \ll M_{Rd}$.
 È però possibile che la sezione interessata dal danneggiamento, se dotata di adeguata duttilità, inizi a ruotare a momento costante (cerniera plastica) e la struttura trovi un nuovo assetto grazie alla

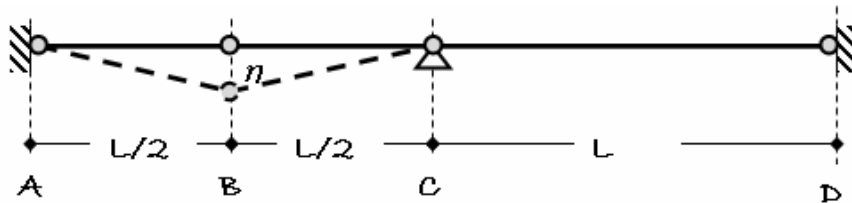
redistribuzione delle azioni interne.

Tale tipo di analisi può essere condotta con i consueti metodi di calcolo svincolando la sezione interessata ed applicando ad essa un momento pari a quello residuo M_{res} .

TECNICA DELLE COSTRUZIONI
PROVA SCRITTA DEL 26 GIUGNO 2013

Analisi cinematica

L'analisi cinematica prevede di inserire una cerniera nei nodi, ove non già presente, e si evidenzia solo lo spostamento verticale della cerniera della campata centrale. La struttura è dunque a **nodi mobili**.

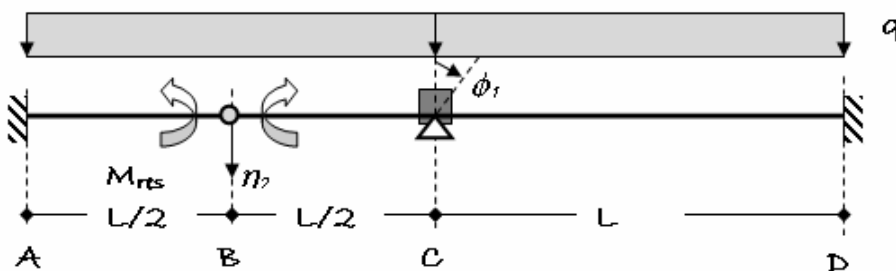


Metodo risolutivo.

È possibile risolvere la struttura con il metodo degli spostamenti (MdS) dove le incognite sono la rotazione del nodo C e lo spostamento verticale del nodo B (cerniera plastica).

Struttura di servizio.

La struttura di servizio prescelta è geometricamente determinata. Il sistema risolutivo è dato dal sistema di equazioni di equilibrio alla rotazione del nodo C ed allo spostamento verticale nel nodo B.

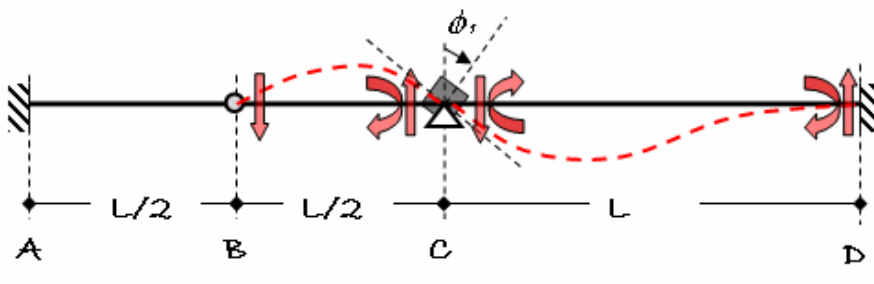


$$m_{11} \cdot \phi_1 + m_{12} \cdot \eta_2 + m_{10} = 0$$

$$v_{21} \cdot \phi_1 + v_{22} \cdot \eta_2 + v_{20} = 0$$

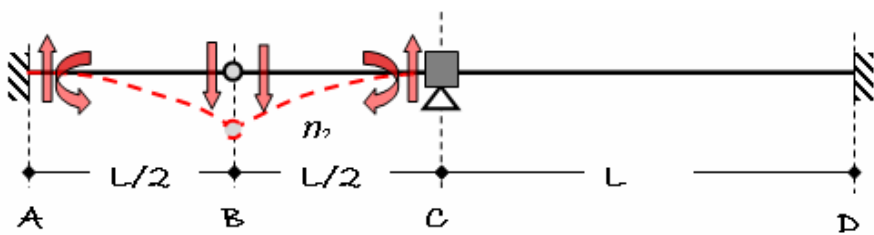
Calcolo rigidezze

Vengono calcolate imponendo spostamenti unitari.



$$m_{11} := \frac{4 \cdot EJ}{L} + \frac{3 \cdot EJ}{\frac{L}{2}}$$

$$v_{21} := -\frac{3 \cdot EJ}{\left(\frac{L}{2}\right)^2}$$



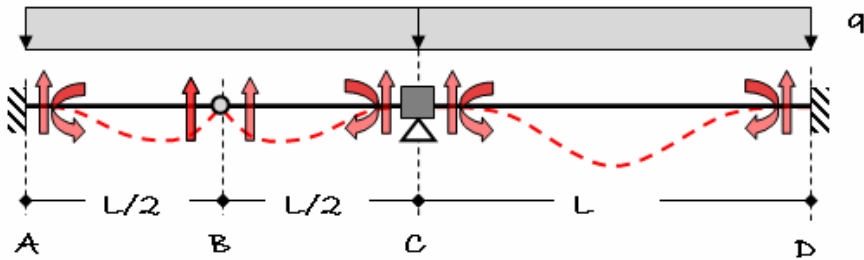
$$m_{12} := \frac{3 \cdot EJ}{\left(\frac{L}{2}\right)^2}$$

$$v_{22} := \frac{3 \cdot EJ}{\left(\frac{L}{2}\right)^3} + \frac{3 \cdot EJ}{\left(\frac{L}{2}\right)^3}$$

TECNICA DELLE COSTRUZIONI
PROVA SCRITTA DEL 26 GIUGNO 2013

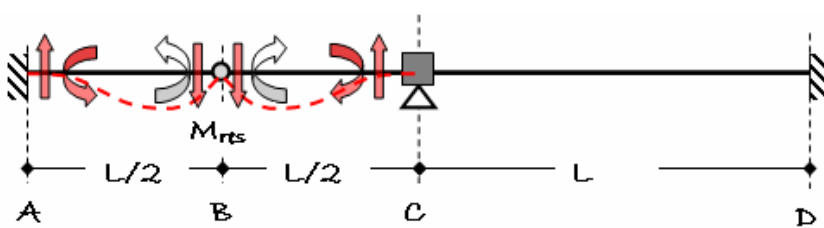
Calcolo termini noti

Vengono calcolati applicando le azioni previste e mantenendo le incognite identicamente nulle: $\phi_1 = \eta_2 = 0$. Per maggior chiarezza si considerano separatamente gli effetti del carico distribuito e del momento applicato alla cerniera plastica.



$$m_{10q} := \frac{q \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^2}{8} - \frac{q \cdot L^2}{12}$$

$$v_{20q} := -\left(\frac{3}{8} \cdot q \cdot \frac{L}{2} + \frac{3}{8} \cdot q \cdot \frac{L}{2}\right)$$



$$: m_{10M} := \frac{1}{2} \cdot M_{res}$$

$$v_{20M} := 2 \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{M_{res}}{\frac{L}{2}}$$

Sovrapponendo gli effetti

$$m_{10} := m_{10q} + m_{10M}$$

$$v_{20} := v_{20q} + v_{20M}$$

Sistema risolvete e soluzione

Equazioni di equilibrio:

$$AK := \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix}$$

$$BK := -\begin{pmatrix} m_{10} \\ v_{20} \end{pmatrix}$$

$$AK = \begin{pmatrix} 1 & 0.12 \\ 0.12 & 0.048 \end{pmatrix}$$

$$BK = \begin{pmatrix} 396.667 \\ 276 \end{pmatrix}$$

$$X := AK^{-1} \cdot BK$$

Spostamenti incogniti

$$\phi_1 = -419.048 \quad \text{a meno di } 1/EJ$$

$$\eta_2 = 6.798 \times 10^3 \quad \text{a meno di } 1/EJ$$

TECNICA DELLE COSTRUZIONI
PROVA SCRITTA DEL 26 GIUGNO 2013

Azioni interne nelle aste

ASTA AB

$$M_{AB} := 0 \cdot \phi_1 - \frac{3 \cdot EJ}{\left(\frac{L}{2}\right)^2} \cdot \eta_2 - \frac{q \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^2}{8} - \frac{M_{res}}{2} \quad M_{AB} = -1.086 \times 10^3 \text{ kNm}$$

$$M_{BA} := -M_{res} \quad M_{BA} = -40 \quad \text{kNm}$$

$$V_{AB} := -\frac{M_{AB} + M_{BA}}{\frac{L}{2}} + \frac{q \cdot \frac{L}{2}}{2} \quad V_{AB} = 425.143 \quad \text{kN}$$

$$V_{BA} := -\frac{M_{AB} + M_{BA}}{\frac{L}{2}} - \frac{q \cdot \frac{L}{2}}{2} \quad V_{BA} = 25.143 \quad \text{kN}$$

ASTA BC

$$M_{BC} := M_{res} \quad M_{BC} = 40 \quad \text{kNm}$$

$$M_{CB} := \frac{3 \cdot EJ}{\left(\frac{L}{2}\right)} \cdot \phi_1 + \frac{3 \cdot EJ}{\left(\frac{L}{2}\right)^2} \cdot \eta_2 + \frac{q \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^2}{8} + \frac{M_{res}}{2} \quad M_{CB} = 834.286 \text{ kNm}$$

$$V_{BC} := -\frac{M_{BC} + M_{CB}}{\frac{L}{2}} + \frac{q \cdot \frac{L}{2}}{2} \quad V_{BC} = 25.143 \quad \text{kN}$$

$$V_{CB} := -\frac{M_{BC} + M_{CB}}{\frac{L}{2}} - \frac{q \cdot \frac{L}{2}}{2} \quad V_{CB} = -374.857 \text{ kN}$$

TECNICA DELLE COSTRUZIONI
PROVA SCRITTA DEL 26 GIUGNO 2013

ASTA CD

$$M_{CD} := \frac{4 \cdot EJ}{L} \cdot \phi_1 + 0 \cdot \eta_2 - \frac{q \cdot L^2}{12}$$

$$M_{CD} = -834.286 \quad \text{kNm}$$

$$M_{DC} := \frac{2 \cdot EJ}{L} \cdot \phi_1 + 0 \cdot \eta_2 + \frac{q \cdot L^2}{12}$$

$$M_{DC} = 582.857 \quad \text{kNm}$$

$$V_{CD} := -\frac{M_{CD} + M_{DC}}{L} + \frac{q \cdot L}{2}$$

$$V_{CD} = 425.143 \quad \text{kN}$$

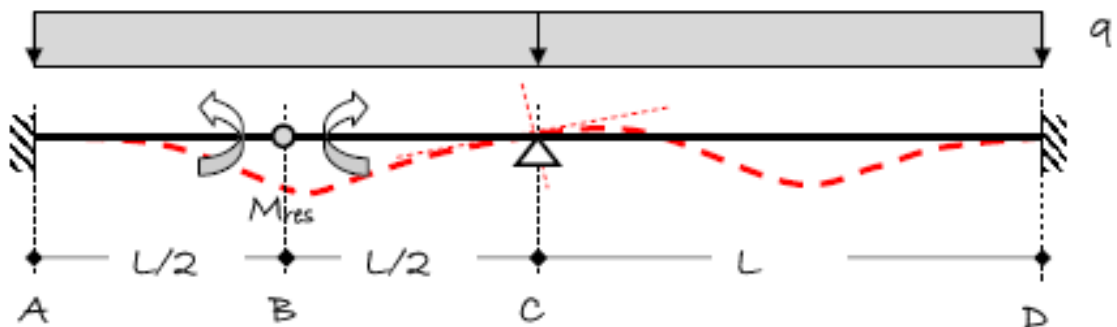
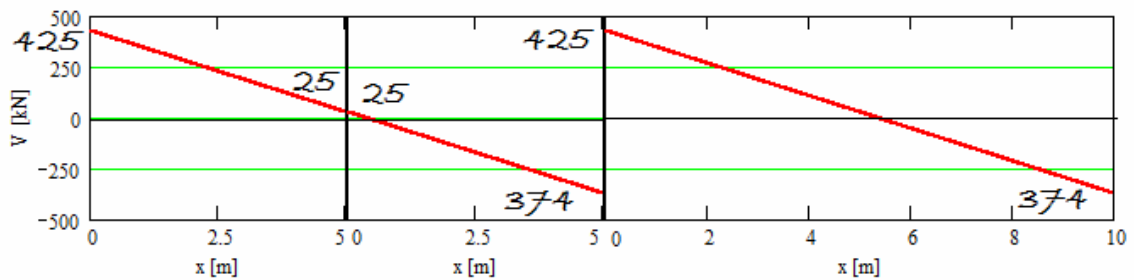
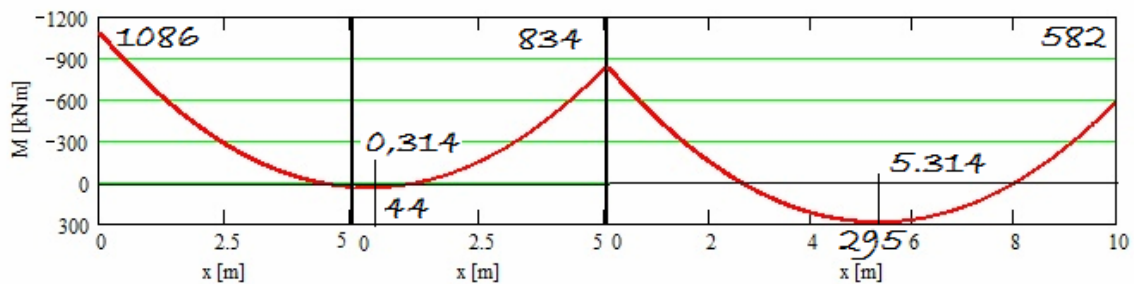
$$V_{DC} := -\frac{M_{CD} + M_{DC}}{L} - \frac{q \cdot L}{2}$$

$$V_{DC} = -374.857 \quad \text{kN}$$

Diagrammi

Momento flettente e Taglio

Momenti in kNm disegnati dalla parte delle fibre tese, tagli in kN positivi se provocano un angolo di scorrimento orario.



TECNICA DELLE COSTRUZIONI
PROVA SCRITTA DEL 26 GIUGNO 2013

A titolo di confronto si riportano anche i diagrammi di momento flettente e taglio nel caso in cui non si sia formata la cerniera plastica e la struttura si comporti simmetricamente.

È evidente la redistribuzione delle azioni flettenti (e di conseguenza di quelle taglianti) a seguito del danneggiamento della sezione di campata.

Risultano infatti molto più impegnate le sezioni di incastro (A) e di continuità (C). In particolare sulla prima il momento negativo aumenta quasi del 50%.

Di questo tipo di situazioni si deve tenere conto nella valutazione della “robustezza” strutturale ossia della capacità di una struttura di mantenere le sue capacità portanti anche in situazioni di danno.

