Corso di
REGIME E PROTEZIONE DEI LITORALI

(A. A. 2014 – 2015)

ESERCITAZIONE N°3

In un tratto approssimativamente rettilineo della spiaggia di La Playa fu realizzato un pennello perpendicolare alla riva della lunghezza di 80 *m*.

Sono noti la posizione della linea di riva dopo trenta anni dalla costruzione a contatto del paramento di monte del pennello, la quota batimetrica in corrispondenza di tale posizione prima della realizzazione dell'opera, l'orientamento della spiaggia e la direzione delle creste delle onde al largo.

Supposto un moto ondoso uniforme in intensità e direzione e utilizzando le risoluzioni dell'equazione della diffusione determinare:

1. il tempo necessario perché la linea di riva raggiunga la testata del pennello;
2. la forma della linea di riva dei primi 1000 *m* a monte e a valle del pennello corrispondente alla condizione di cui al punto 1;
3. il volume medio annuo trasportato.

DATI:

Orientamento della normale alla spiaggia: $DirN$ =110 °N;

Direzione delle onde al largo: Dir_0=140 °N;

Posizione della linea di riva sul paramento di monte del pennello dopo due anni dalla costruzione: $\left[Y(t=30)\right]_{X=0} = 32\ m$;

La quota batimetrica in corrispondenza di tale posizione: h = 3 m;

SCHEMA DI SOLUZIONE

Si assuma un sistema di riferimento con l'asse *X* coincidente con la posizione originaria della linea di riva, origine alla radice del pennello e asse *Y* coincidente con il pennello.

Esplicitando rispetto a q_1 l'equazione:

$$[Y(t=2)]_{X=0} = -2tg\alpha^* \sqrt{\frac{|q_1|t}{\pi h}} \qquad (1)$$

si ottiene:

$$q_1 = \frac{\{[Y(t=2)]_{X=0}\}^2 \pi h}{4t\ tg^2\alpha^*}. \qquad (2)$$

α^* è l'angolo che la cresta dell'onda forma con la linea di riva per cui, essendo la cresta normale alla direzione Dir_0 di provenienza delle onde e la linea di riva normale alla *DirN*, esso vale:

$$\alpha^* = 150°$$

Dalla (2), essendo noti $[Y(t)]_{X=0} = 32\ m$, $h = 3\ m$, t = 30 *anni* si ricava il parametro $q_1\ in\ m^3 anno^{-1}$.

Essendo nota la lunghezza del pennello, esplicitando l'eq. (1) rispetto al tempo si può calcolare il tempo necessario alla linea di riva per raggiungere la testata del pennello. Dalla (1) si ha:

$$t_T = \frac{\{[Y(t)]_{X=0}\}^2 \pi h}{4q_1 tg^2\alpha^*} \qquad (3)$$

dalla quale, ponendo $[Y(t)]_{X=0} = 80\ m$, si ricava $t_T\ in\ anni$.

La forma che la linea di riva assume al termine dei t_T *anni* si ricava da una delle soluzioni dell'equazione della diffusione. Fino a quando il trasporto solido non supererà la testata dopo averla raggiunta, vale la relazione:

$$Y(X,t) = Y_0\left[\sqrt{t}\,exp\left(-\frac{B^2X^2}{t}\right) - BX\sqrt{\pi}\left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{BX/\sqrt{t}} exp(-u^2)du\right)\right] \qquad (4)$$

ove, oltre al significato dei simboli noti, $Y_0 = -2tg\alpha^* \sqrt{\frac{q_1}{\pi h}}$ e $B = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{h}{q_1}}$.

L'integrale che compare nella (4) è noto con il nome di *funzione d'errore*, esiste tabellato in molti manuali di statistica ed è possibile calcolarlo attraverso funzioni disponibili in un foglio di calcolo.

L'area racchiusa tra la linea di riva originaria, il pennello e quella attuale vale:

$$A_S = -1.56\frac{\{[Y(t)]_{X=0}\}^2}{2tg\alpha^*}. \qquad (5)$$

Si può quindi calcolare il trasporto solido medio annuo:

$$Q = -0.26\frac{\{[Y(t)]_{X=0}\}^2 h}{t\ tg\alpha^*}\ m^3 anno^{-1}.$$