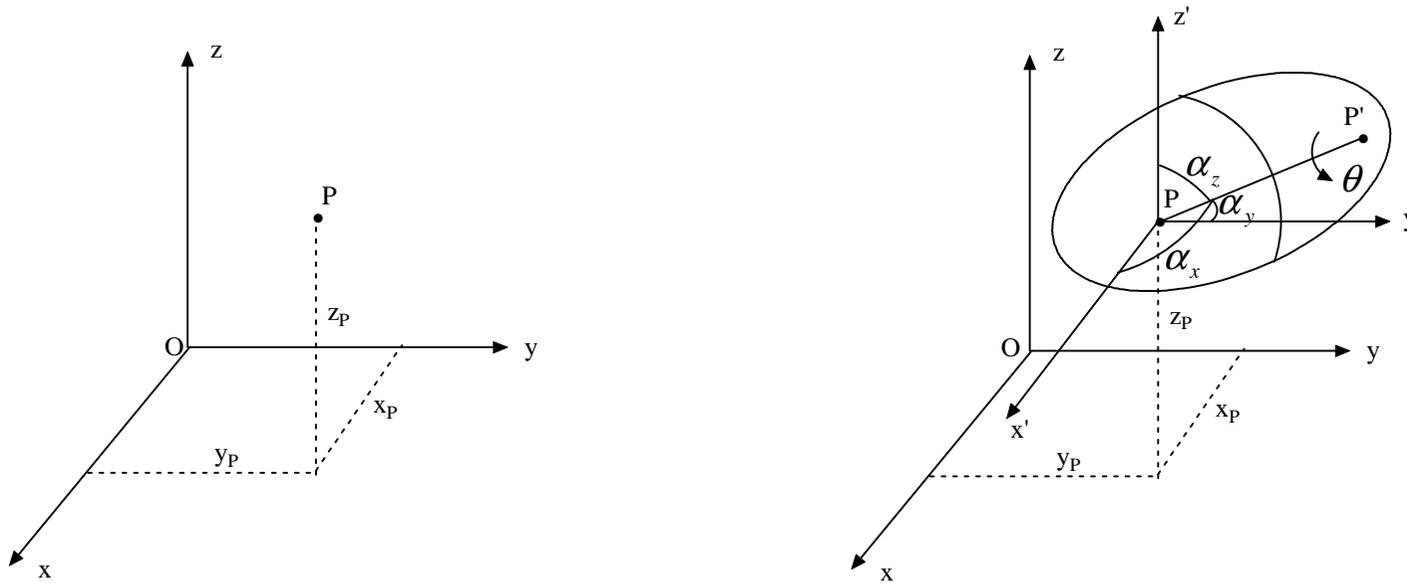


# Equilibrio del corpo rigido e vincoli

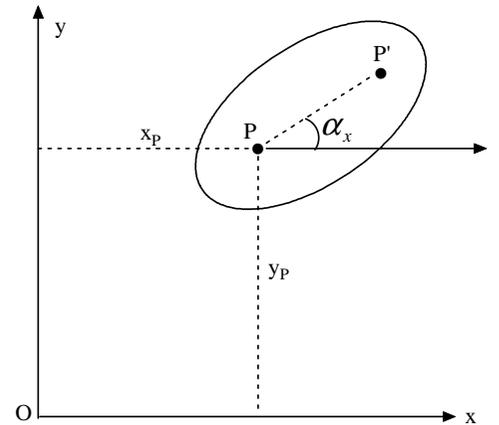
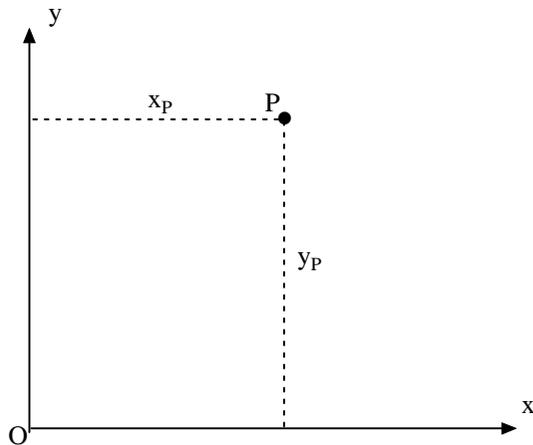
# Gradi di libertà nello spazio

## Punto materiale e corpo rigido



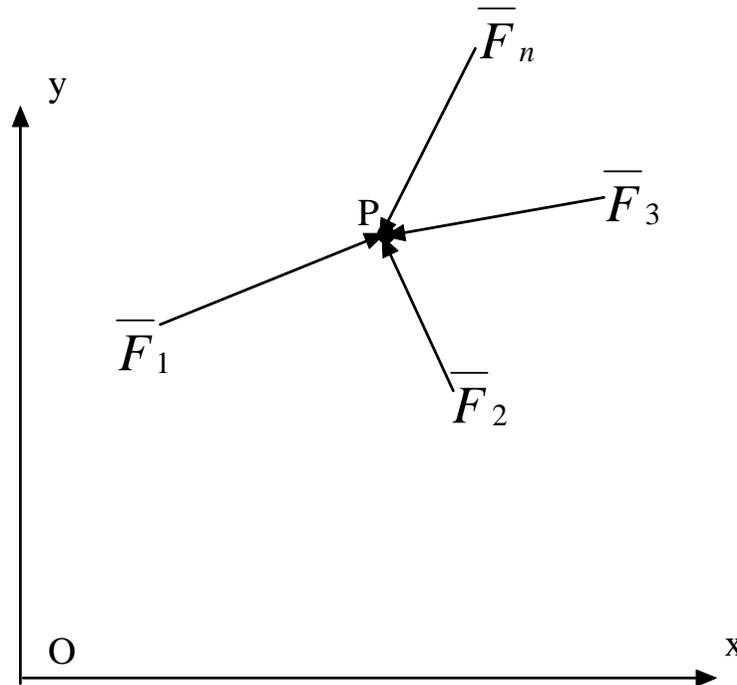
# Gradi di libertà nel piano

## Punto materiale e corpo rigido



CORPO	GdL nello spazio	GdL nel piano
Punto	3	2
Sistema di $n$ punti	$3n$	$2n$
Corpo solido	6	3

# Equilibrio del punto materiale nel piano soggetto a forze

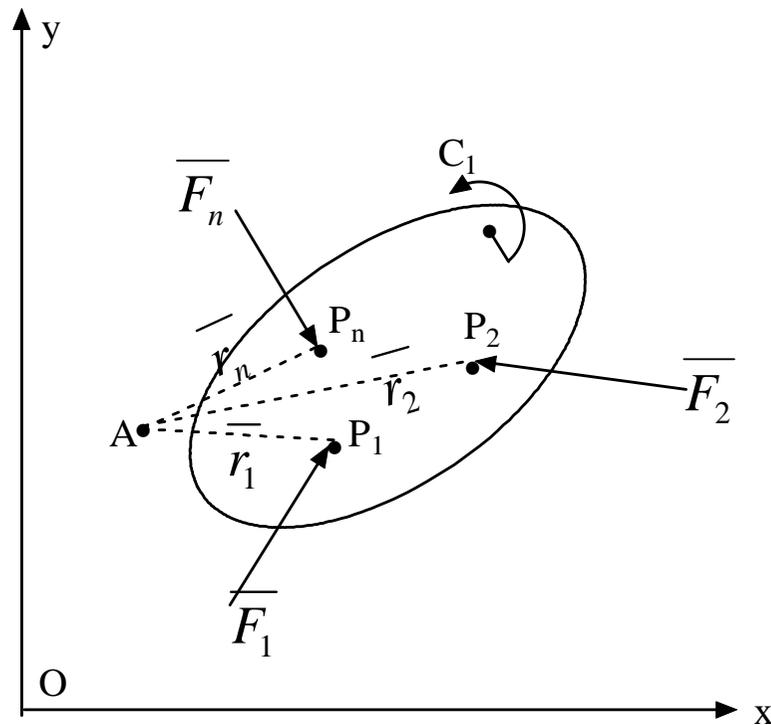


$$\overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \overline{F}_3 + \dots + \overline{F}_n = 0$$

⇓

$$\begin{cases} F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots + F_{nx} = 0 \\ F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \dots + F_{ny} = 0 \end{cases}$$

# Equilibrio del corpo rigido piano soggetto a forze



$$1) \quad \overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \dots + \overline{F}_n = 0$$

⇓

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = 0 \\ F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = 0 \end{array} \right\}$$

$$2) \quad \overline{F}_1 \times \overline{r}_1 + \overline{F}_2 \times \overline{r}_2 + \dots + \overline{F}_n \times \overline{r}_n + \overline{C}_1 + \dots = 0$$

⇓

$$\left\{ \begin{array}{l} -(F_{1x}r_{1y} + F_{2x}r_{2y} + \dots + F_{nx}r_{ny}) + \\ (F_{1y}r_{1x} + F_{2y}r_{2x} + \dots + F_{ny}r_{nx}) + C_1 + \dots = 0 \end{array} \right\}$$

# Vincoli

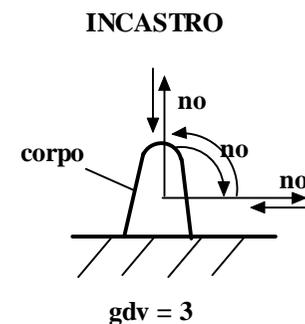
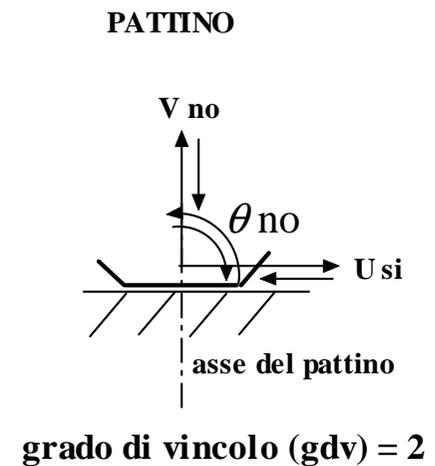
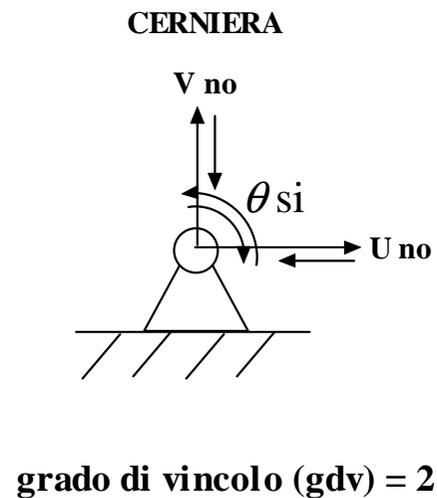
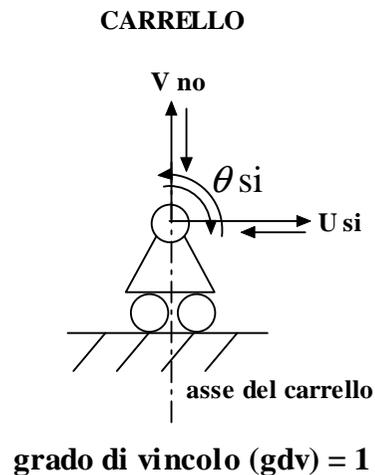
- Il corpo solido qui considerato è un corpo rigido piano, vincolato in modo tale che non abbia alcuna possibilità di movimento
- Per ottenere questo risultato è necessario che il corpo sia vincolato sia internamente (vincoli di rigidità) che all'esterno (vincoli “a terra”)

# Vincoli per i punti e per i corpi

- Un vincolo per il punto è costituito da un legame fra le coordinate del punto. Ad es. se il punto è obbligato a stare sul piano di equazione  $z=0$ , esso viene indicato come “punto nel piano”
- Se le coordinate del punto sono tutte fissate, il punto non può muoversi.
- Per il corpo solido la condizione di rigidità corrisponde ad infiniti vincoli, rappresentati da equazioni che stabiliscono l'invarianza della distanza fra coppie di punti qualsiasi
- Il corpo rigido piano è poi un corpo rigido in cui una coordinata (per es.  $z$ ) di un punto qualsiasi rimane sempre invariata
- Normalmente in Meccanica dei Solidi si ha a che fare con corpi rigidi aventi uno o più punti vincolati totalmente o parzialmente.

# Vincoli ideali a terra per il corpo rigido piano (Puntiformi, bilateri e privi d'attrito)

- Consideriamo solo i vincoli più comuni
- Classifichiamo i vincoli in relazione ai gradi di libertà inibiti
- Usiamo rappresentazioni schematiche standard



# Vincolo a terra del piede

## IL PIEDE

Articolazione  
Tibio-Tarsica

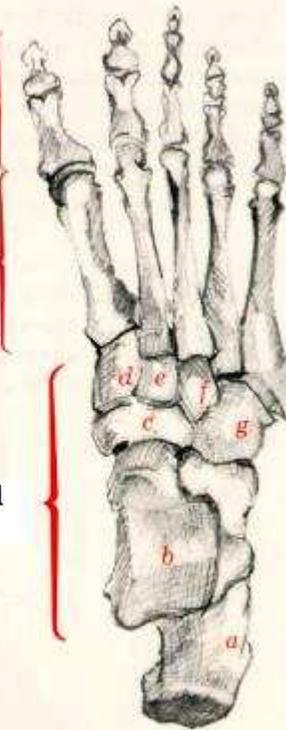


Articolazioni Intrinseche  
del Piede

Falangi

Metatarso

Ossa del  
Tarso



a - Calcagno

b - Astragalo

c - Navicolare o Scafoide

d,e,f - Ossa Cuneiformi

g - Osso Cuboide

## Bilancio dei vincoli e dei gradi di libertà

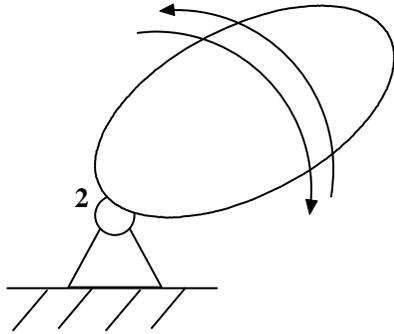
- Il corpo solido piano ha 3 gradi di libertà, cioè  $gdl=3$
- Ogni vincolo puntiforme  $i$ -esimo a terra introduce un grado di vincolo dipendente dal tipo di vincolo  $gdv_i$
- Il grado di vincolo complessivo  $gdv$  è dato dalla somma dei  $gdv_i$

$$gdv = \sum gdv_i$$

## Bilancio dei vincoli

- Il corpo rigido piano, avendo 3 gradi di libertà, ha bisogno di un  $gdv$  pari almeno a 3 per non potersi muovere.
- Se  $gdv < 3$  il corpo si dice ipovincolato. Se  $gdv = 3$  il corpo si dice isovincolato. Se  $gdv > 3$  il corpo si dice ipervincolato.
- Il corpo ipovincolato ha sempre una possibilità di movimento. Si dice allora labile (non stabile).
- Il corpo iso e iper-vincolato può ancora essere labile.

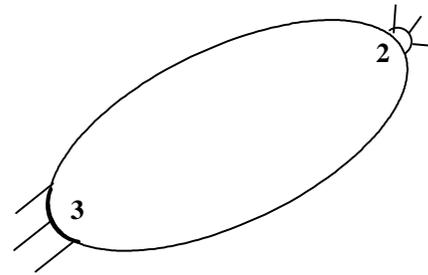
# Esempi



**1 solo punto vincolato**

$$gdv=2$$

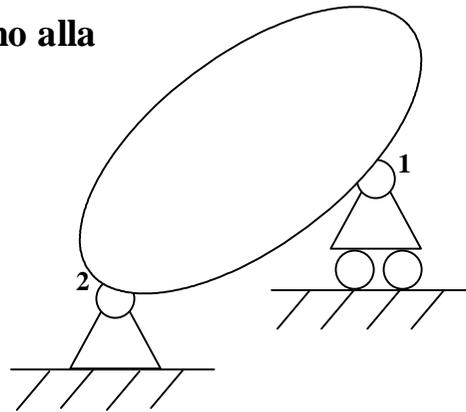
**Il corpo può ruotare intorno alla cerniera. Labile.**



**2 punti vincolati**

$$gdv=3+2=5$$

**Stabile**



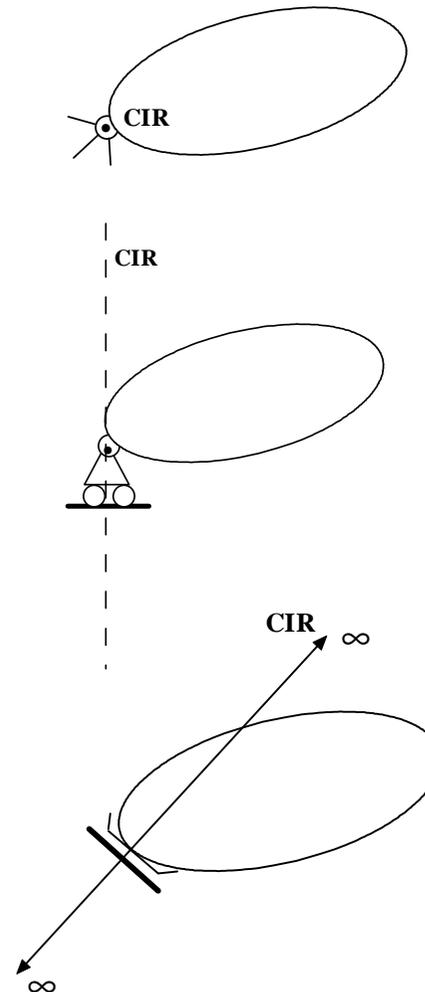
**2 punti vincolati**

$$gdv=2+1=3$$

**Il corpo non può ruotare nè traslare. Stabile.**

# Centro d'istantanea rotazione (CIR)

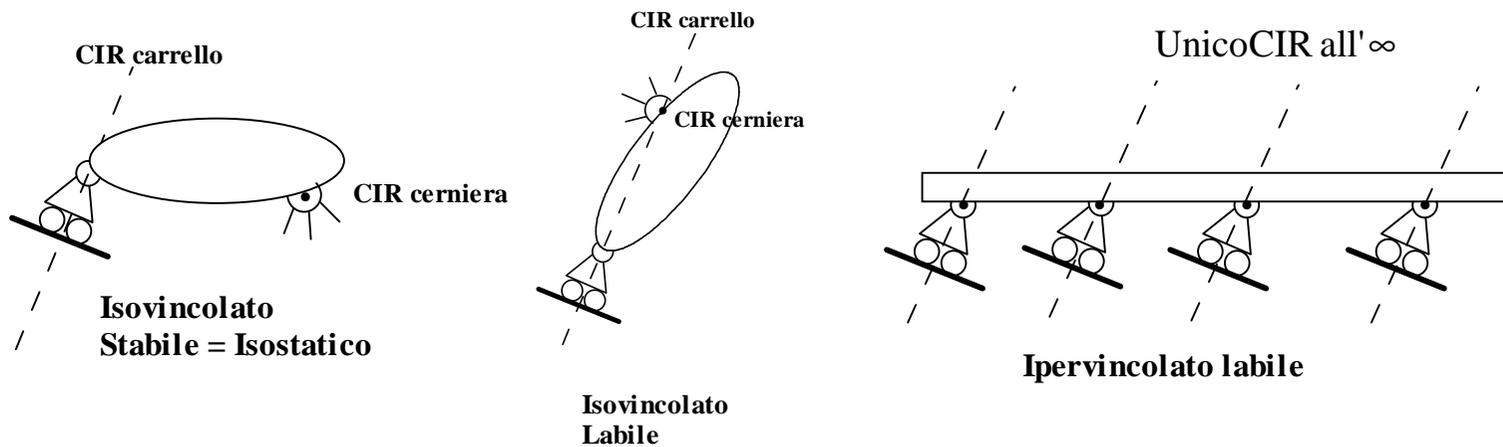
- La cerniera, il carrello e il pattino consentono rotazioni del corpo rigido intorno ad un CIR che è:
- Per la cerniera il centro stesso della cerniera.
- Per il carrello un punto qualsiasi della retta perpendicolare al terreno e passante per lo snodo.
- Per il pattino il punto all' $\infty$  in direzione perpendicolare al terreno.



# Analisi di labilità per il corpo rigido vincolato

- Il corpo ipovincolato è sempre labile
- Il corpo iso e iper-vincolato è labile se tutti i suoi CIR coincidono
- La presenza di un incastro rende sempre il corpo stabile

Esempi di corpi labili e non labili (stabili)



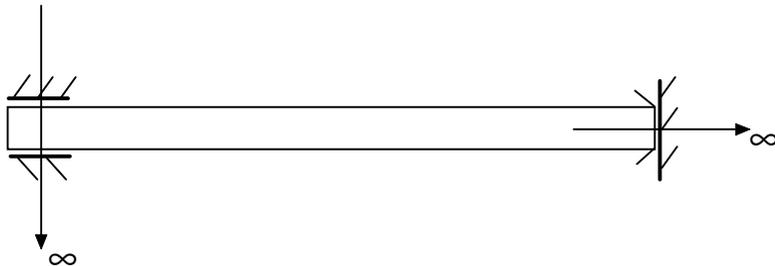
# Analisi di labilità per il corpo rigido vincolato



**2 punti vincolati con un manicotto e un carrello**  
**Isovincolato  $g_{dv} = 3$**   
**Labile**



**2 punti vincolati con un manicotto e un carrello**  
**Isovincolato  $g_{dv} = 3$**   
**Stabile, quindi Isostatico**



**2 punti vincolati con un manicotto e un pattino**  
**Ipervincolato  $g_{dv} = 4$**   
**Stabile. Si dice Iperstatico**