Circuiti magnetici

Un ***circuito elettrico*** è un insieme opportunamente coordinato di materiali elettrici, avente lo scopo di stabilire un determinato andamento (o percorso) della ***corrente elettrica I,*** generata da una adeguata ***f.e.m. U*** (forza elettro-motrice)

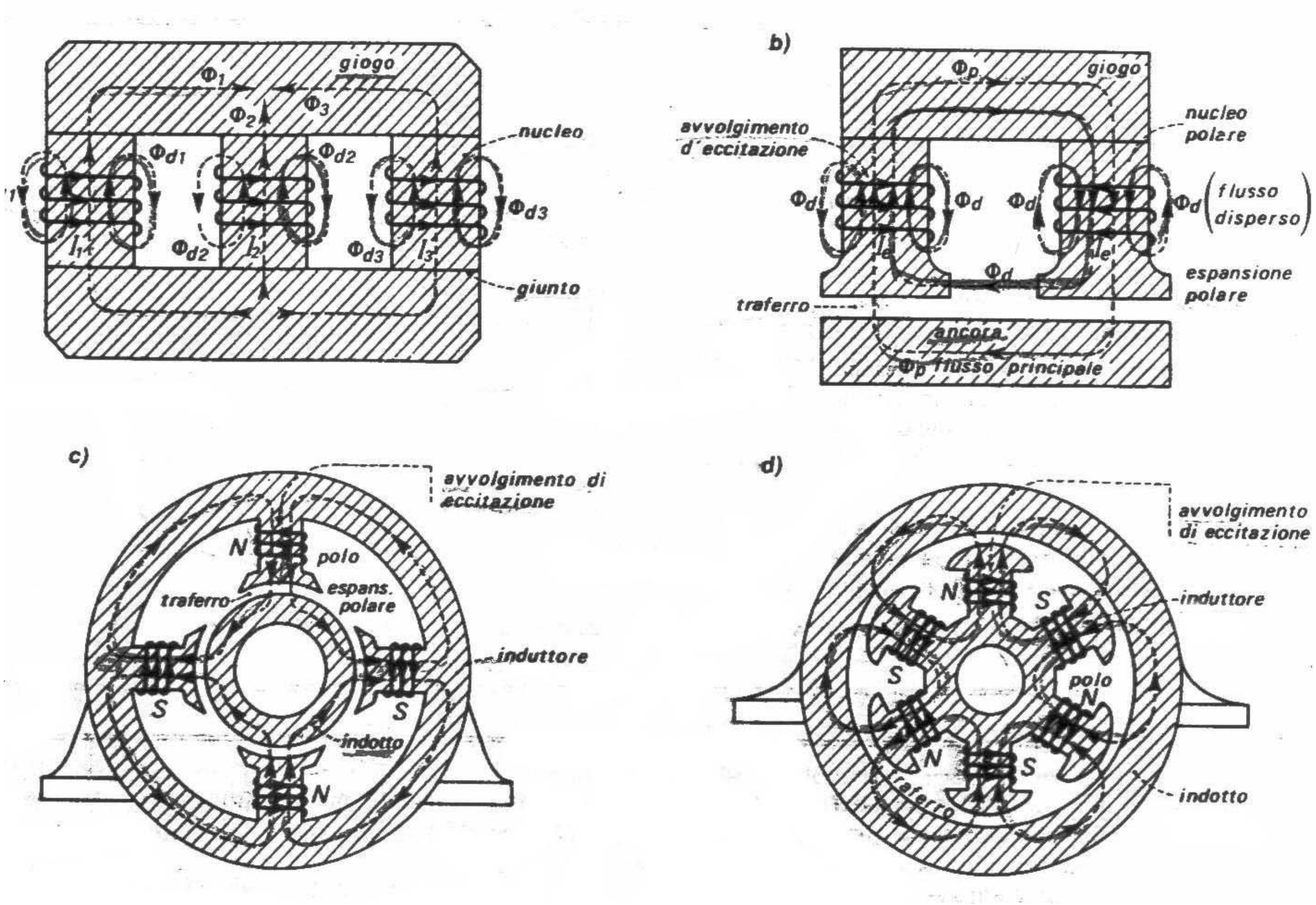
analogamente

un ***circuito magnetico*** è un insieme opportunamente coordinato di materiali magnetici, avente lo scopo di stabilire un determinato andamento (o percorso) del ***flusso magnetico indotto*** Φ generato da una adeguata ***f.m.m. NI*** (forza magneto-motrice)

Nei problemi relativi ai ***circuiti elettrici*** si richiede di determinare la differenza di potenziale e le correnti nei diversi rami e elementi della rete elettrica dovute alla presenza di generatori di tensione e di corrente.

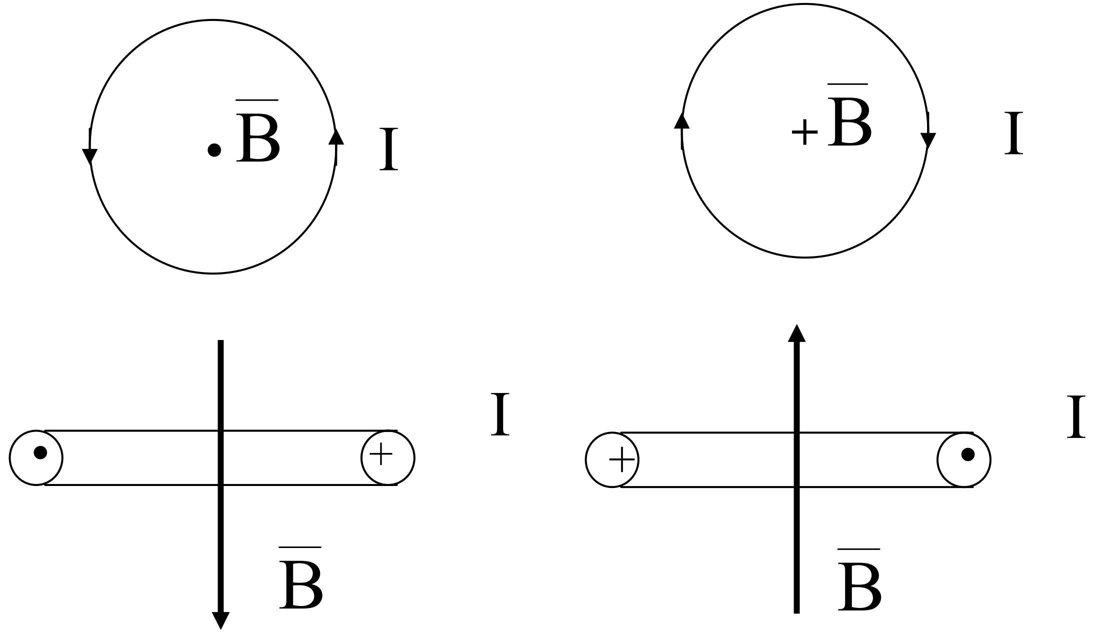
Analogamente i problemi relativi ai ***circuiti magnetici*** riguardano la determinazione dei flussi magnetici e intensità di campi magnetici nelle diverse parti dei circuiti causate dalle correnti che circolano negli bobine avvolte intorno ai nuclei magnetici (amperspire).

Circuiti magnetici con percorsi delle linee di flusso principale che si svolgono nel ferro e nei traferri.



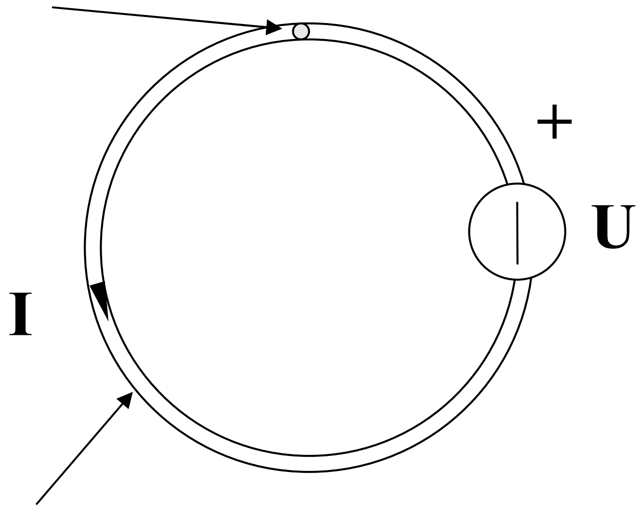
Convenzioni di segno: regola di Maxwell

La corrente che circola in una spira crea un campo magnetico le cui linee di forza si chiudono su se stesse intorno alla corrente che le produce . La linea di forza che passa per il centro della spira è tangente all’asse l’asse della spira. Il verso positivo nell’asse dell’induttore é quello in cui avanza una vite destrogira, che ruota nel verso positivo di percorrenza della corrente nella spira:



Circuito elettrico

S sezione circuito realizzato con materiale conduttore di resistività ρ



***l* lunghezza del circuito**

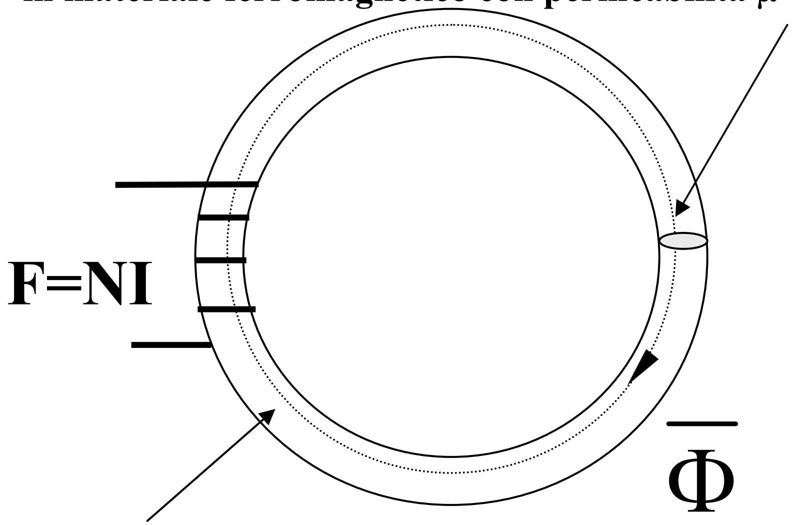
Legge di Ohm

U=RI

con R= ρ ***(l*/S*) resistenza elettrica***

Circuito magnetico

S* sezione del toro magnetico realizzato in materiale ferromagnetico con permeabilità μ



l* lunghezza media della linea di forza

<u>Legge di Hopkinson</u>

F=NI= $\Re\ \Phi$

con $\Re = 1/\mu\ (l/S)$ ***Riluttanza Magnetica***

Esiste una analogia tra
circuito elettrico e circuito magnetico

Quando a un circuito si applica una f.m.m.	Quando a un circuito si applica una f.e.m.
$\boldsymbol{NI}$	$\boldsymbol{U}$
si genera in esso un campo magnetico	si genera in esso un campo elettrico
$\boldsymbol{H=F/l^*}$	$\boldsymbol{E=U/l}$
che genera una induzione	*che genera una densità di corrente*
$\boldsymbol{B=\mu H}$	$\boldsymbol{J=E/\rho}$
e nel circuito si stabilisce un flusso	*e nel circuito si stabilisce una corrente*
$\boldsymbol{\Phi= \Re S}$	$\boldsymbol{I=J^*S}$

Il rapporto $U/I = R = \rho\, l / S\ [\Omega]$: *resistenza elettrica*

G=1/R [S]: *conduttanza elettrica* e analogamente

il rapporto $F/\Phi = \Re = \mu\, l^* / S^*\ [H]$: *riluttanza magnetica.*

$\wp = 1/\Re$ [H]: *permeanza magnetica*

I circuiti magnetici possono essere analizzati applicando gli stessi principi e legge validi per i circuiti elettrici, dove le grandezze corrispondenti sono quelle analoghe.

Circuiti magnetici		***Circuiti elettrici***	
$\boldsymbol{F}_{\mathbf{m\,m}} = NI$	[As]	**U**	[V]
Φ	[Wb/m^2]	**I**	[A]
$\Re$	[H^{-1}]	***R***	*[Ω]*
$\wp = 1/\Re$	*[H]*	**G=1/R**	[S]
μ	[H/m]	σ	[S/m]

Problemi relativi ai circuiti magnetici si hanno nei:

- Trasformatori
- Generatori
- Motori
- Relays
- Dispositivi di registrazione magnetica etc. etc.

In base alle relazioni ottenute, sono deducibili i ***principi fondamentali per i circuiti magnetici***, analoghi ai principi di Kirchhoff per le reti elettriche:

* $\sum \boldsymbol{\Phi} = 0$	***per i nodi del c.m.***
** $\sum NI = \sum \Re \boldsymbol{\Phi}$	***per le maglie del c.m***

che affermano che :

- *la somma algebrica di tutti i flussi magnetici che attraversano un nodo in un circuito magnetico è nulla* e che
- *lungo un percorso chiuso in un circuito magnetico la somma algebrica delle amperspire è uguale alla somma algebrica dei prodotti delle riluttanze per i relativi flussi*.

Malgrado l'analogia formale delle formule dei principi di Kirchhoff per i due circuiti, occorre sottolineare una importante differenza rispetto ai circuiti elettrici. Infatti ***nei materiali ferromagnetici la permeabilità è funzione della induzione:*** $\mu = f(B)$,

mentre la conduttività **γ** è indipendente dalla densità di corrente **J**:

$$\Re = \frac{1^*}{\mu S^*} \qquad \left[\mathrm{H}^{-1}\right] \qquad \text{riluttanza magnetica}$$

$$R = \frac{1}{\gamma S} \quad [\Omega] \qquad \text{resistenza elettrica}$$

Quindi la formula ** (II° principio di Kirchhoff per le maglie) non può essere utilizzata per risolvere ***il problema inverso*** del calcolo del flusso corrispondente ad una certa f.m.m. NI, essendo μ indeterminato.

Per risolvere il problema inverso :

- vengono calcolati una serie di valori della f.m.m., per prefissati valori del flusso ;
- si riportano le coppie dei valori in un grafico che rappresenta ***la caratteristica di magnetizzazione totale del circuito magnetico***, che è specifica per ciascun circuito e può essere utilizzata:

1) per la ***risoluzione del problema diretto***: noto il valore $(NI)^*$ determinare Φ^* (per interpolazione); oppure

2) per la ***risoluzione del problema inverso***: noto Φ^{**} determinare $(NI)^{**}$.

Comportamento dei materiali magnetici

I materiali magnetici possono essere grossolanamente classificati in tre gruppi principali in base al loro valore di permeabilità relativa μ_r.

Un materiale si chiama:

- ***Diamagnetico*** se $\mu_r \leq 1$ (χ_m è un num. negativo molto piccolo),
- ***Paramagnetico*** se $\mu_r \geq 1$ (χ_m è un num. positivo molto piccolo),
- ***Ferromagnetico*** se $\mu_r >> 1$ (χ_m è un num. positivo molto grande),

Questa classificazione dipende.

1. in parte <u>dal momento di dipolo magnetico degli atomi del materiale</u> e
2. in parte <u>dalla interazione tra gli atomi</u>.

Paramagnetismo

Il paramagnetismo è la proprietà caratteristica di alcune sostanze che presentano permeabilità magnetica assoluta costante e poco maggiore di quella del vuoto (μ_r poco maggiore di 1).

Il paramagnetismo è dovuto principalmente ai momenti dei magnetici dovuti allo spin degli elettroni (movimento rotatorio su se stessi).

Le sostanze paramagnetiche vengono leggermente attratte da una calamita.

Sono sostanze paramagnetiche: *alluminio, platino, manganese, cromo, palladio oltre alle loro leghe e sali disciolti e gas come l'ossigeno e l'aria.*

Il paramagnetismo si riscontra in quei materiali che presentano condizioni di asimmetria per cui i loro atomi o le loro molecole manifestano un momento magnetico intrinseco.

A causa dell'agitazione termica il momento magnetico medio è nullo, tuttavia sotto l'azione di un campo magnetico esterno si verifica un fenomeno di parziale orientazione delle molecole con la comparsa di un momento magnetico risultante concorde al campo esterno, ma comunque di piccola intensità.

Diamagnetismo

Il diamagnetismo è la proprietà della maggioranza delle sostanze conosciute di ***essere respinte, anziché attratte da una calamità***.

Sono diamagnetici: *l'oro, l'antimonio e il bismuto, mercurio,argento bismuto, alcool etilico, rame, diossido di carbonio, azoto.*

Esso è principalmente dovuto al movimento orbitale degli elettroni all'interno di un atomo e come tale è comune a tutte i materiali.

In assenza di un campo magnetico esterno, le correnti microscopiche associate al moto degli elettroni nell'atomo danno luogo a momenti magnetici che si compensano, con il risultato che nella maggior parete dei casi l'atomo non presenta momento magnetico.

Quando agisce all'esterno un campo magnetico, il moto degli elettroni viene perturbato e compare un debole momento magnetico che è opposto al campo esterno.

In base a tale fenomeno si può affermare che il diamagnetismo é presente in tutte le sostanze, ma può essere mascherato da effetti predominanti.

Ferromagnetismo

Proprietà di alcune sostanze allo stato puro o in lega, di presentare , quando siano sottoposte all'azione di un campo magnetico, *permeabilità magnetica variabile e proporzionale al campo stesso (fenomeno dell'isteresi)*.

Sono materiali ferromagnetici: *il ferro , il cobalto, il nichel e le leghe come le leghe nichel-ferro, acciaio fuso, lamiere di acciaio dolce, lamiera al silicio, numetal (lega con nichel, rame cromo e manganese).*

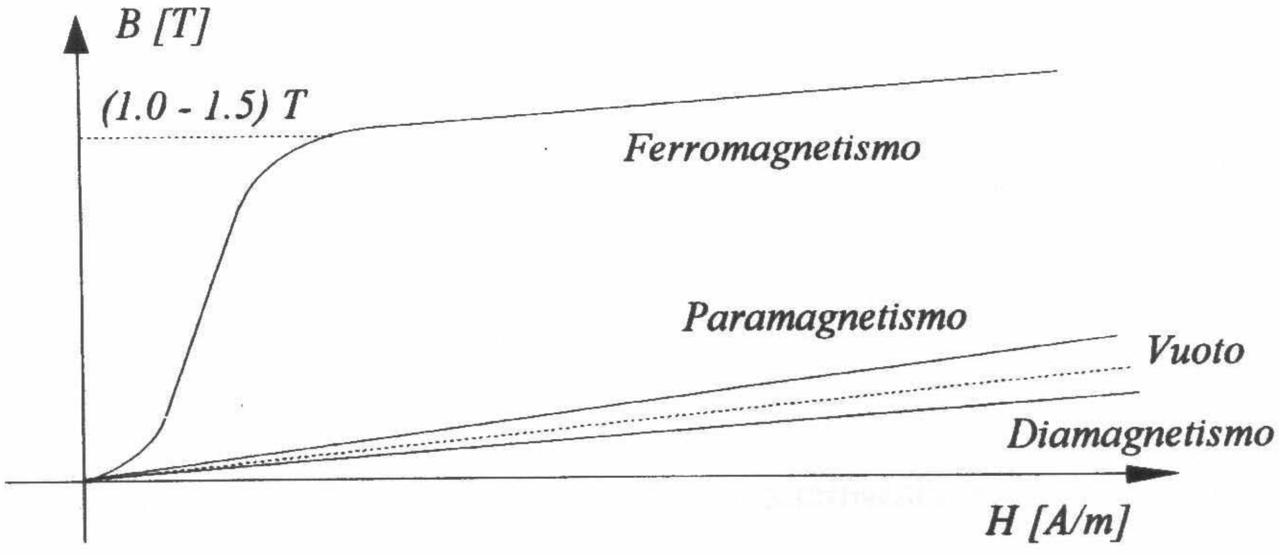
Studiando il reticolo cristallino si ha che quando i momenti elementari degli elettroni e degli atomi che compongono tali materiali presentano una orientazione privilegiata dovuta alla presenza di un campo magnetico, la somma di tutti i momenti elementari raggiunge valori notevoli.

In più essi manifestano un campo magnetico residuo una volta cessato il campo magnetico esterno, e alcuni si trasformano in ***magneti permanenti*** (*acciai al carbonio, al tungsteno, al cobalto al Ni-Co. Ferrite di Bario*).

Il comportamento ferromagnetico è strettamente legato alla temperatura. All'aumentare di essa, aumentando l'agitazione termica degli ioni, tutta la struttura cristallina si altera, i momenti magnetici non sono più orientati e il materiale passa allo stato paramagnetico.

La temperatura caratteristica di questo passaggio è detta ***punto di Curiè*** e (per il ferro vale 775°)

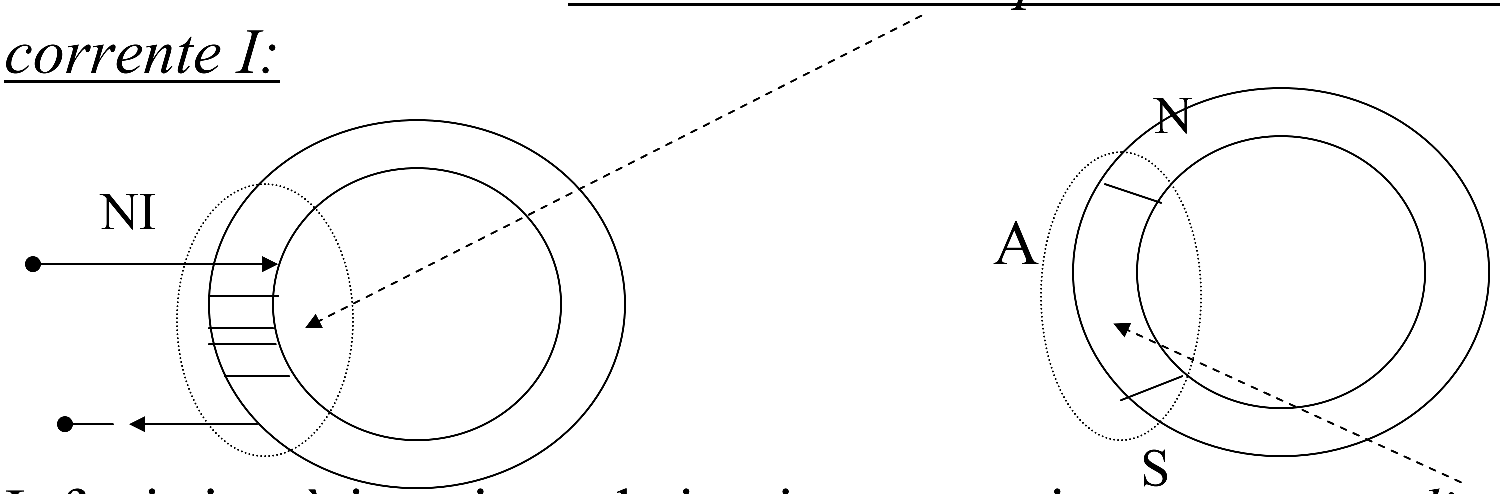
Il diagramma delle caratteristiche magnetiche dei diversi tipi di materiali elencati sarà:



Caratteristiche magnetiche dei materiali

- ***Diamagnetico*** se $\mu_r \leq 1$
- ***Vuoto*** **se** $\mu_r = 1$ $[B = \mu_0 \cdot H = 2\,\pi\, 10^{-7} \cdot H = 1{,}256\; 10^{-6} \cdot H]$
- ***Paramagnetico*** se $\mu_r \geq 1$
- ***Ferromagnetico*** se $\mu_r >> 1$

Per ottenere una determinata ***f m.m***. si può utilizzare l’energia elettrica fornita da un *<u>certo numero di spire N attraversate dalla corrente I:</u>*



Infatti si può inserire nel circuito magnetico un *tronco di magnete permanente* in grado di fornire la f.m.m. richiesta. Tale f.m.m. **A** impressa è ceduta dal magnete permanente, che è stato sottoposto precedentemente ad un ciclo di isteresi e ha così accumulato energia magnetica. Occorre considerare tale energia con i***l segno negativo per tener conto del fatto che l’energia è fornita dal sistema e non da un sistema esterno***.

La relazione $NI = \sum \Phi \Re$ diventa: $A = \sum -\Phi \Re$.

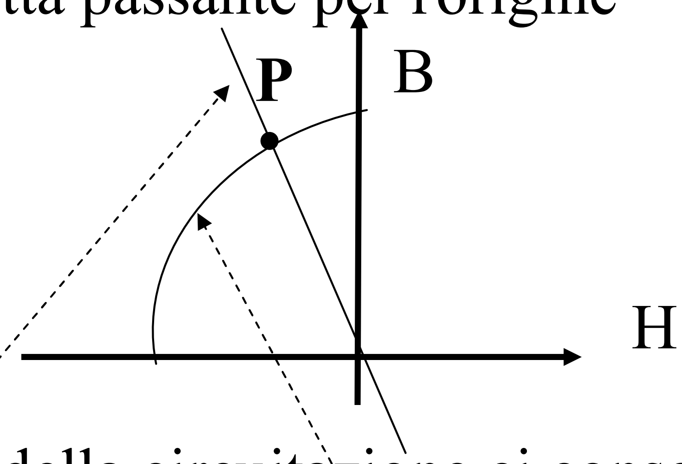
$A = -\Phi \Re$ che si può esprimere nel seguente modo:

$$\mathrm{H_{mp} l_{mp}} = -\mathrm{H_{fe} l_{fe}} \rightarrow \quad \mathrm{H_{mp}} = -\frac{\mathrm{H_{fe} l_{fe}}}{\mathrm{l_{mp}}} = -\frac{\mathrm{B_{fe}} \cdot \mathrm{l_{fe}}}{\mu_0 \mu_r \mathrm{l_{mp}}} = -\frac{\mathrm{B_{mp}} \cdot \mathrm{l_{fe}}}{\mu_0 \mu_r \mathrm{l_{mp}}}$$

$$\mathrm{H_{mp}} = -c\mathrm{B_{mp}}$$

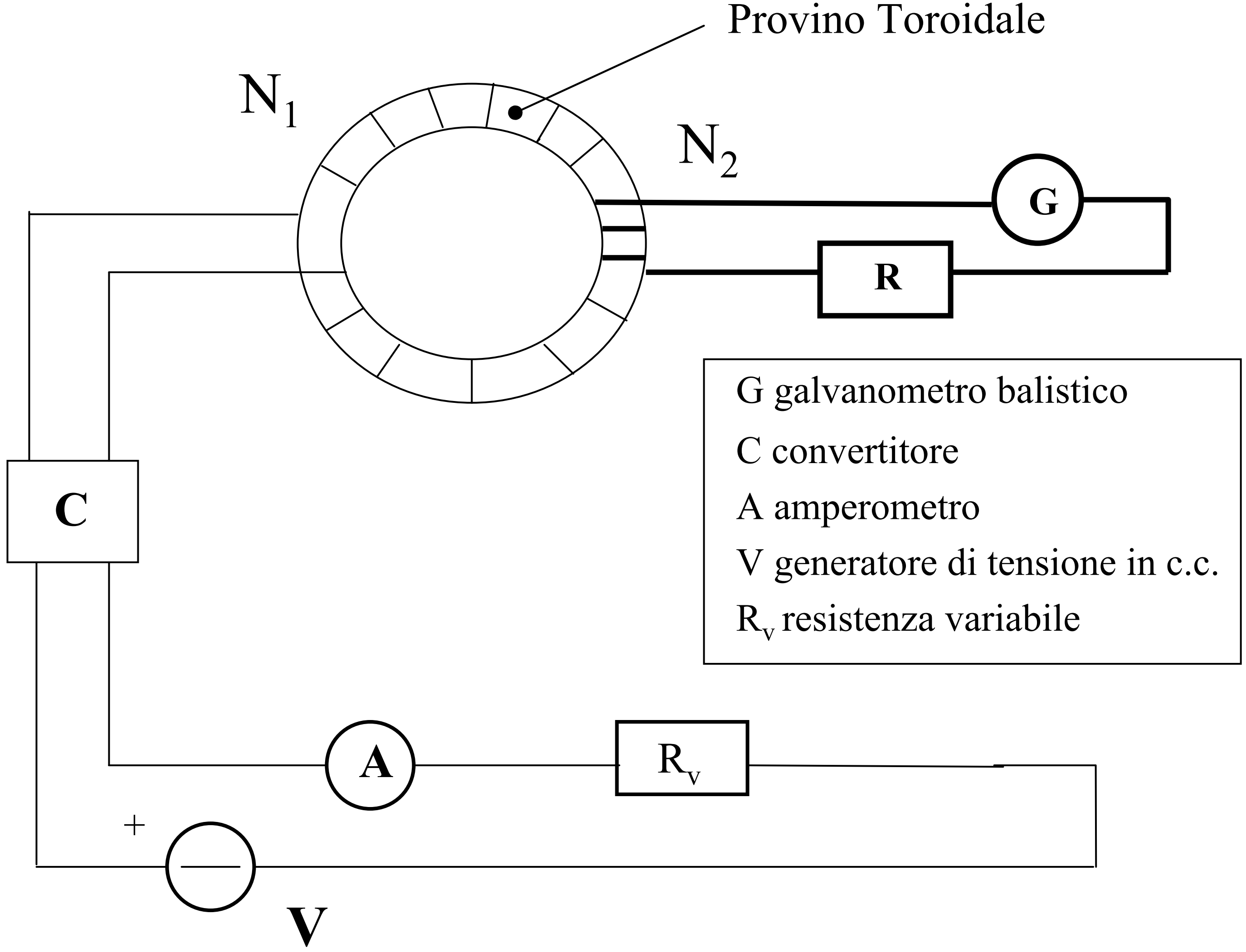
si tratta della equazione di una retta passante per l'origine e con pendenza negativa.

essendo $c = \dfrac{\mathrm{l_{fe}}}{\mu_0 \mu_r \mathrm{l_{mp}}}$ costante



Tale retta, che esprime il teorema della circuitazione ci consente di determinare il punto di lavoro P del magnete, come intersezione della <u>caratteristica del magnete permanente nel tratto di smagnetizzazione</u> (H negativo), e della <u>retta</u>.

Per determinare sperimentalmente la funzione B = f(H) si può operare su un provino toroidale:



Variando **R** varia la costante $\mathbf{I_1}$ nelle spire $\mathbf{N_1}$ e con l'amperometro è possibile misurare $\mathbf{I_1}$.

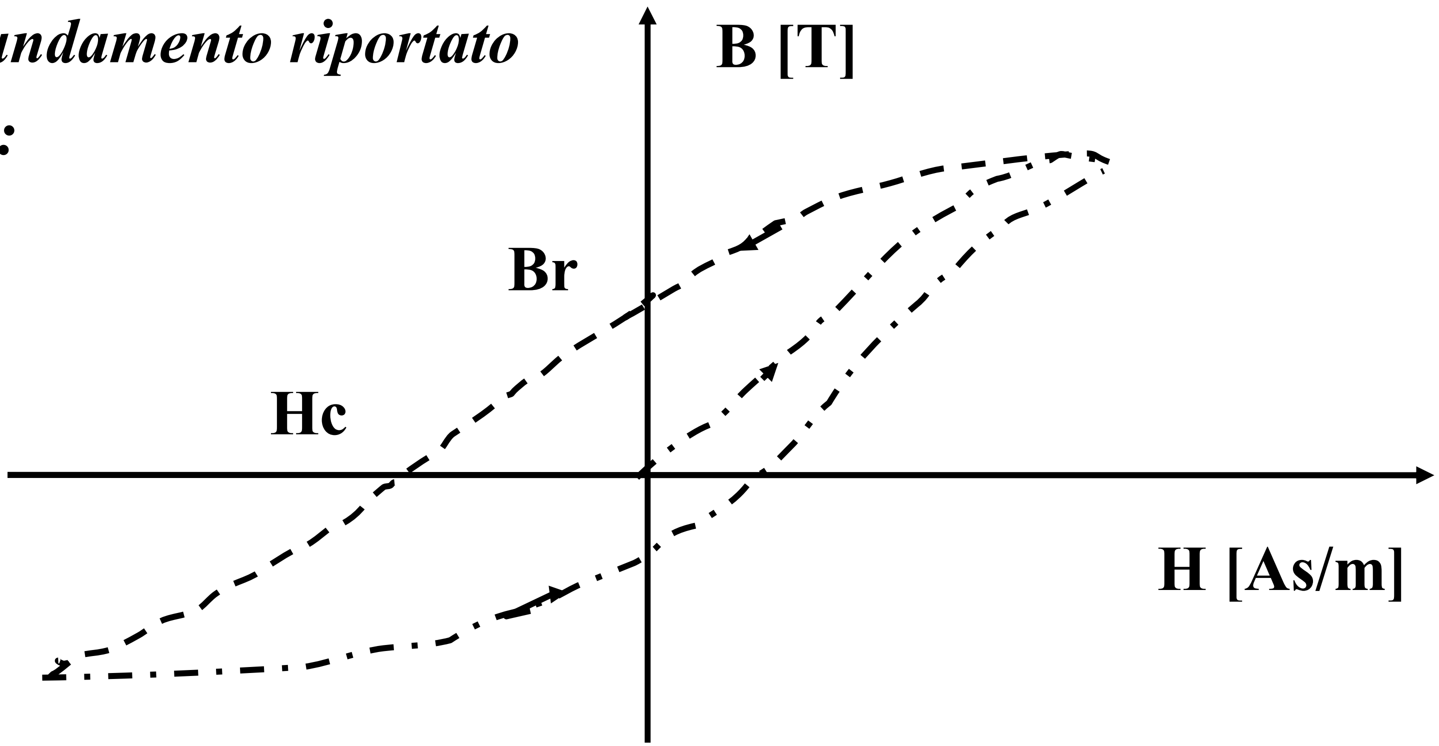
Applicando il teorema della circuitazione lungo il cerchio direttore $\boldsymbol{l_0}$ del provino di materiale ferromagnetico:

$$\oint_{l_0} \overline{H}_1 \cdot \overline{dl}_0 = N_1 I_1 \Rightarrow H_1 \cdot l_0 = N_1 I_1 \Rightarrow H_1 = \frac{N_1 I_1 \cdot}{l_0}$$

Per ciascun valore di $\mathbf{I_1}$ si leggono negli strumenti i valori di $\mathbf{I_1}$ e $\mathbf{B_1}$ e si calcola $\mathbf{H_1}$.

Le prove vanno eseguite anche per $\mathbf{I_1 = 0}$ per cui $\mathbf{H_1 = 0}$ e invertendo le polarità della corrente con il convertitore, per ottenere valori negativi di **I**.

Le grandezze magnetiche variano secondo l’andamento riportato nel grafico:



Si noti che:

- quando la corrente $\mathbf{I_1 = 0 \rightarrow H_1 = 0}$, ma $\mathbf{B_1 \neq 0}$, ovvero $\mathbf{B_1 = B_r}$: è presente un magnetismo residuo;
- quando si annulla **B** (invertendo la corrente e aumentandola sino ad annullare **B**), $\mathbf{H = H_c}$.

•B_r é ***l'induzione residua***

•H_c è il campo necessario ad annullare il magnetismo residuo e si chiama ***forza coercitiva.***

I ***magneti permanenti*** sono caratterizzati da un elevato valore di induzione residua B_r e di forza coercitiva H_c.

Dall'esame del grafico si comprende come $\mu = \frac{B}{H}$ non è costante.

Infatti essendo $\mu = tg\alpha$

nel primo e nell'ultimo tratto della curva, **μ** è costante (andamento rettilineo);

mentre in corrispondenza del ginocchio della curva di isteresi, **μ** (pendenza della curva) varia punto per punto.

Quando una f.m.m. agisce su un mezzo omogeneo, l'induzione B dipende dalla natura del mezzo attraverso il parametro μ, essendo:

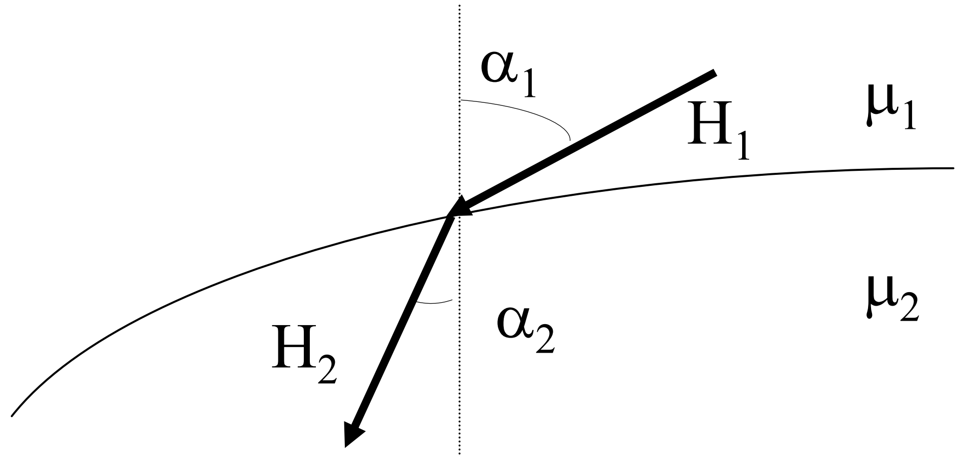
$$B = \mu H$$

Mentre il campo H conserva la stessa distribuzione spaziale , qualunque sia il mezzo purchè omogeneo, essendo:

$$H = \frac{NI}{l}$$

Condizioni al contorno per i campi magnetostatici

Se il vettore $\overline{\boldsymbol{B}}$ *o* $\overline{\boldsymbol{H}}$ attraversa una superficie di separazione di due mezzi quando nessuno dei due é un conduttore perfetto, si ha una rifrazione delle linee di $\overline{\mathrm{B}}$:



in modo analogo per i campi elettrostatici si può dimostra che:

$$\mathbf{B_{1n}=B_{2n}}\quad \mathbf{[T]}\ \ \mathbf{e}\ \ \mu_1\mathbf{H_{1n}}= \mu_2\mathbf{H_{2n}}\quad \mathbf{[A/m]}$$

Si può dimostrare che per le componenti tangenziali di H vale:

$$\mathbf{H_{t1}\text{-}H_{t2}=J_{sm}} \quad \mathbf{[A/m]}$$

Se la densità di corrente superficiale è uguale a zero, la componente tangenziale di $\overline{\boldsymbol{H}}$ è costante attraverso il contorno di quasi tutti i mezzi fisici:

$$\mathbf{H_{t1}\text{-}H_{t2}=0} \quad \mathbf{[A/m]}$$

Essa varia solo quando il mezzo ha una interfaccia con un conduttore ideale perfetto, oppure un superconduttore.

Se :

$$\mathbf{B_{1n}=B_{2n}} \quad \mathbf{[T]} \qquad \Rightarrow \qquad \mathbf{\mu_1 H_{1n}= \mu_2 H_{2n}} \quad \mathbf{[A/m]}$$

e

$$\mathbf{H_{t1}-H_{t2}=0} \quad \mathbf{[A/m]}$$

allora facendo il rapporto delle due ultime relazioni si ha:

$$\boxed{\frac{\tan\alpha_2}{\tan\alpha_1} = \frac{\mu_2}{\mu_1}}$$

$$\boxed{\frac{\tan\alpha_2}{\tan\alpha_1} = \frac{\mu_2}{\mu_1}}$$

Se $\overline{J}$ è nulla, il campo $\overline{H}$ attraversando una superficie di separazione tra due mezzi con permeabilità μ, forma un angolo α_2 con la normale alla superficie tale che: $\alpha_2 < \alpha_1$ che diminuisce se $\mu_2 < \mu_1$ ($\overline{H}$ tende ad avvicinarsi alla normale passando in un mezzo a permeabilità più bassa).

<u>Se il mezzo 1 é non magnetico (come l'aria) e il mezzo 2 é ferromagnetico (come il ferro) $\mu_2 >> \mu_1$, per la relazione:</u>

$\frac{\tan\alpha_2}{\tan\alpha_1} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$, <u>α_2 sarà prossimo a 90°.</u>

Ciò significa che per angolo arbitrario α_1, cioè non prossimo allo zero, il campo magnetico nel mezzo ferromagnetico diventa quasi parallelo alla interfaccia.

Quando il rapporto fra la permeabilità di due mezzi contigui è dell'ordine di grandezza delle migliaia di unità, come nel caso di una interfaccia tra tra ferro e aria;

- se il campo magnetico sorge da un mezzo ferromagnetico, le linee di flusso sorgeranno nell'aria in direzione quasi normale alla interfaccia e
- se le linee di flusso passano dall'aria al ferro deviando quasi tangenzialmente alla superficie di separazione.

In generale:

se $\mu_2 >> \mu_1$, $\mathbf{tan}\alpha_2=\infty$ allora α_2 sarà circa uguale 90° e

se $\mu_2 << \mu_1$, $\mathbf{tan}\alpha_2=\mathbf{0}$ allora α_2 sarà circa uguale 0° e

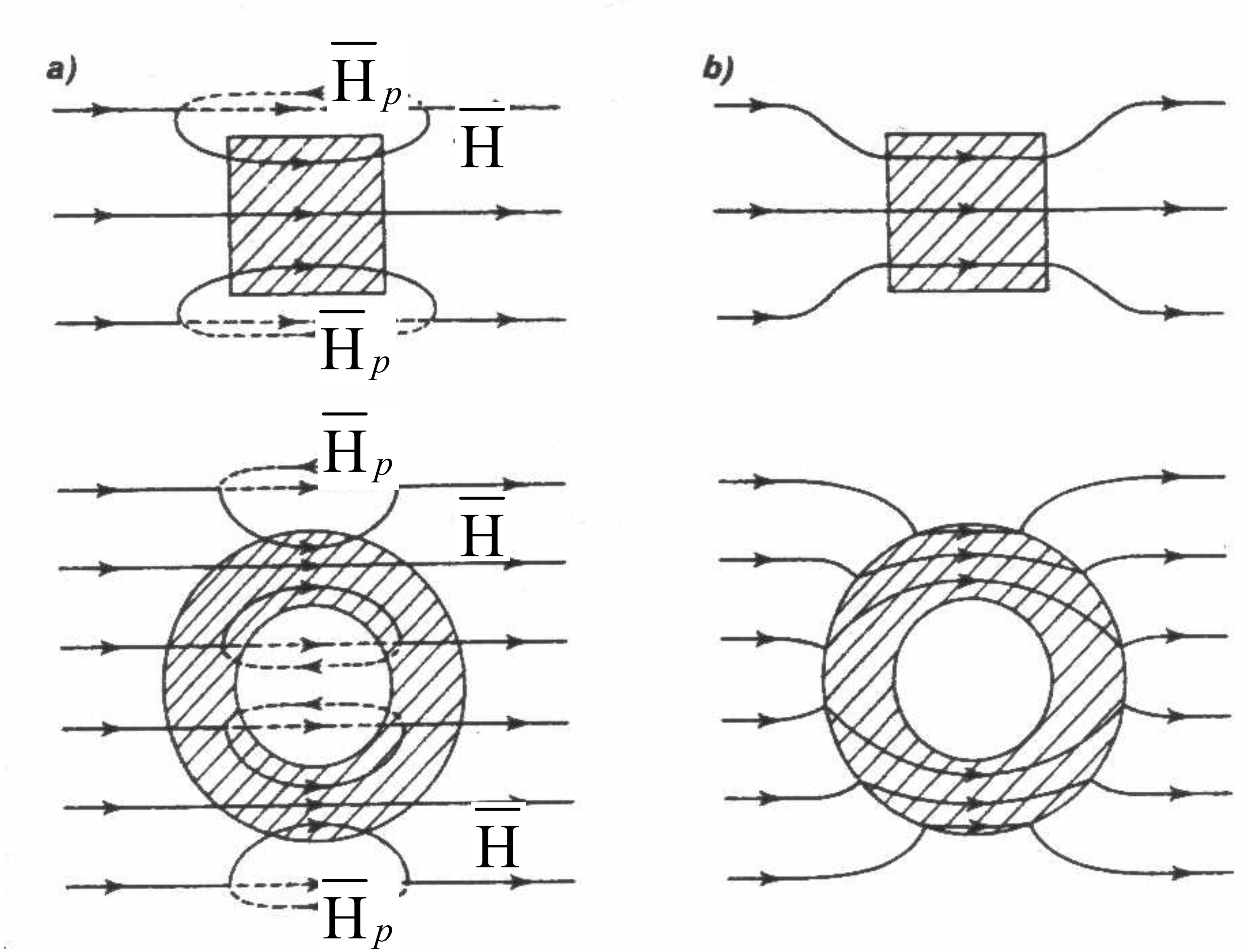
Nella materia sottoposta all’azione di un campo magnetizzante si verificano ***fenomeni di polarizzazione***, consistenti in una alterazione delle caratteristiche del moto orbitale degli elettroni, la quale da luogo nel complesso ad una limitata azione di senso opposto al campo magnetizzante.

Tale fenomeni di polarizzazione sono macroscopicamente rilevabili nei materiali ferromagnetici.

Sono di seguito riportati esempi della mutazione e deviazione delle linee di forza di un campo per introduzione di un corpo ad alta permeabilità.

Si noti come le linee di forza si addensano nel ferro e si rarefanno nell’aria

H_p: campo di polarizzazione prodotto dal corpo ferromagnetico

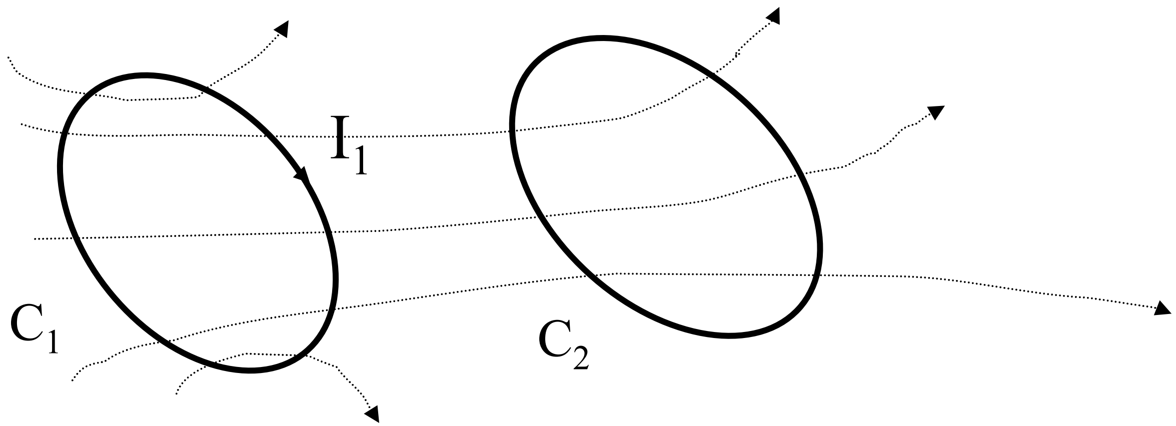


a) Campo magnetico preesistente e campo di polarizzazione

b) Campo risultante deviato

Induttanze e induttori

Si considerano due spire chiuse poste in vicinanza l'una rispetto all'altra come riportato in figura:



Se una corrente $\mathbf{I_1}$ circola in $\mathbf{C_1}$, un campo magnetico $\overline{\boldsymbol{B}}_1$ si concatena con $\mathbf{C_2}$, passando attraverso la superficie $\mathbf{S_2}$ delimitata dal contorno $\mathbf{C_2}$.

Si definisce il ***flusso mutuo*** $\mathbf{\Phi_{12}}$:

$$\Phi_{12} = \int_{S_2} \overline{B} \cdot d\overline{s}_2 = B \cdot S_2 \;\; [Wb]$$

Dalla fisica si sa che una corrente variante nel tempo $\mathbf{I_1}$ (e quindi un flusso variante $\mathbf{\Phi_{12}}$) produce una forza elettromotrice o tensione in $\mathbf{C_2}$, calcolabile con la ***legge della induzione elettromagnetica di Faraday :***

$$\boxed{\boldsymbol{e = -\frac{d\Phi}{dt}}}$$

Il flusso $\mathbf{\Phi_{12}}$ esiste anche quando $\mathbf{I_1}$ è una corrente costante in regime permanente, ma essendo costante non induce una forza elettromotrice o tensione indotta $\left(\text{se } \mathrm{d}\Phi = 0 \;\Rightarrow \mathrm{e} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{dt}} = 0 \right)$

In base alla legge di Biot-Savart , $\mathbf{B_1}$ é direttamente proporzionale a $\mathbf{I_1}$, quindi anche Φ_{12} sarà proporzionale a Φ_{12} :

$$\Phi_{12} = L_{12}\, I_1$$

dove $\mathbf{L_{12}}$ è chiamata ***mutua induttanza tra le spire C_1 e C_2***, e si misura in henry.

Se $\mathbf{C_2}$ ha $\mathbf{N_2}$ spire il flusso concatenato Λ_{12} dovuto a Φ_{12} è:

$$\Phi_{c12} = N_2\, \Phi_{12}$$

per cui ***l'espressione generalizzata del flusso concatenato*** sarà:

$$\Phi_{c12} = L_{12}\, I_1 \ \ [\mathrm{Wb}]$$

e la ***mutua induttanza tra i due circuiti*** sarà pari al flusso magnetico concatenato con un circuito quando una corrente unitaria circola nell'altro:

$$\boxed{L_{12} = \frac{\Phi_{c12}}{I_1}}$$

Nelle espressioni del flusso è implicito che la permeabilità del mezzo non cambi con la corrente, ossia che il mezzo sia lineare.

La definizione più generale di $\mathbf{L_{12}}$ è:

$$\mathrm{L}_{12} = \frac{\Phi_{c12}}{\mathrm{I}_1} \quad [\mathrm{H}]$$

Una parte del flusso magnetico prodotto da $\mathbf{I_1}$ si concatena solo con la bobina $\mathbf{C_1}$, e non con la bobina $\mathbf{C_2}$. Il flusso totale concatenato con $\mathbf{C_1}$ dovuto alla corrente $\mathbf{I_1}$ è: $\Phi_{c11} = N_1\, \Phi_{C11} > N_1\, \Phi_{12}$

da cui, ***l'autoinduttanza della spira*** $\mathbf{C_1}$, per un mezzo lineare, è definita come il flusso magnetico concatenato per unità di corrente nella spira stessa:

$$\boxed{L_{11} = \frac{\Phi_{c11}}{I_1} \quad [\mathrm{H}]}$$

Reciprocamente quando il circuito inducente è il numero 2 e quello indotto è il numero 1, il coefficiente di mutua induzione é:

$$L_{21} = \frac{\Phi_{c21}}{I_2} \quad [H]$$

e il coefficiente di autoinduzione è:

$$L_{22} = \frac{\Phi_{c22}}{I_2} \quad [H]$$

Si dimostra come $L_{12} = L_{21} = M$, essendo **M** il ***coefficiente di mutua induzione o mutua induzione,*** ossia il rapporto tra flussi concatenati e le rispettive correnti.

Quando si ha un accoppiamento perfetto per cui i flussi dispersi sono nulli, ossia quindi i flussi mutuamente concatenati coincidono con i flussi totali, (bobine concentriche perfettamente serrate), risulta che: $\Phi_{1d} = \Phi_{c11} - \Phi_{c12} = 0$ e $\Phi_{2d} = \Phi_{c22} - \Phi_{c21} = 0$ per cui:

$\Phi_{c11} = \Phi_{c12} + \Phi_{1d}$ con $\Phi_{1d} = 0$ e $\Phi_{c22} = \Phi_{c21} + \Phi_{2d}$ con $\Phi_{2d} = 0$
si ha:

$$\Phi_{22} = \Phi_{21} \quad \Rightarrow \quad \Phi_{22} = \frac{L_2 I_2}{N_2} = \Phi_{21} = \frac{M I_2}{N_1} \Rightarrow \frac{L_2}{N_2} = \frac{M}{N_1}$$

$$\Phi_{11} = \Phi_{12} \quad \Rightarrow \quad \Phi_{11} = \frac{L_1 I_1}{N_1} = \Phi_{12} = \frac{M I_1}{N_2} \Rightarrow \frac{L_1}{N_1} = \frac{M}{N_2}$$

Moltiplicando le due relazioni membro a membro si ottiene la condizione di accoppiamento perfetto:

$$L_1 \cdot L_2 = M^2 \Rightarrow M = \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

In generale nei casi reali si hanno dei flussi dispersi, l'accoppiamento non perfetto per cui:

$$L_1 \cdot L_2 > M^2 \Rightarrow M < \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

Si definisce **coefficiente di accoppiamento K**:

$$K = \pm \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad \text{con} \quad K = 0 \div 1, \ \Rightarrow M = \pm K \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

$$|K| \rightarrow 1 \text{ quando l'accoppiamento tende a essere perfetto}$$

Il segno dipende dal senso di avvolgimento delle spire e dal verso delle correnti.

Si definisce inoltre il **coefficiente di dispersione** ♦ dell'accoppiamento mutuo : $\sigma = 1 - K^2$

La tensione di mutua induzione può essere concorde o discorde con la tensione di autoinduzione, cioè con la tensione indotta in un circuito dal flusso magnetico variabile prodotto dall'intensità di corrente circolante nel circuito stesso.

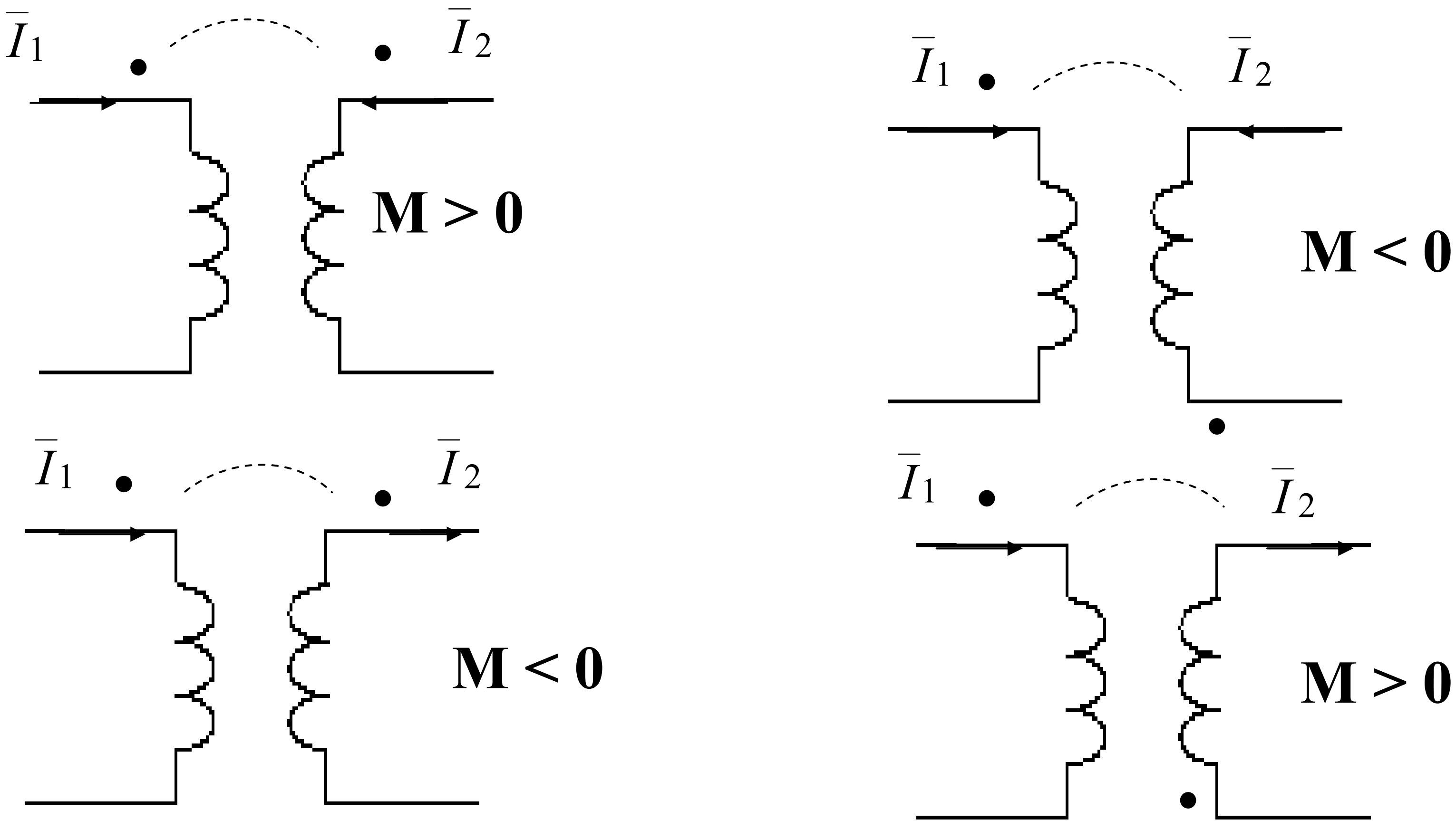
Quindi il segno di M può essere sia:

- Positivo: quando le tensioni di mutua induttanza sono concordi con le tensioni di autoinduttanza, che
- Negativo: quando le tensioni di mutua induttanza sono discordi con le tensioni di autoinduttanza.

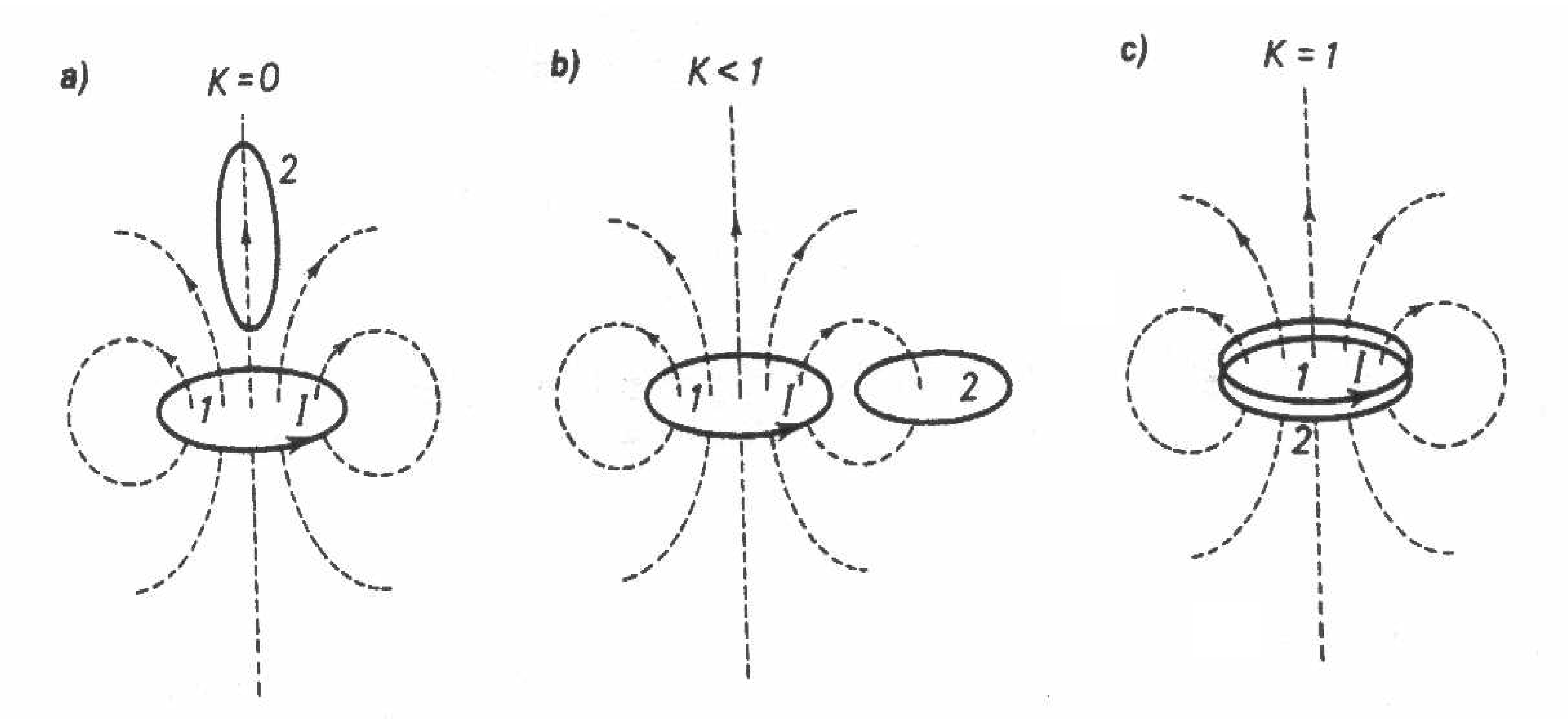
Due circuiti accoppiati si rappresentano perciò con due bipoli utilizzando il simbolo delle induttanze e contrassegnando con un pallino i terminali.

La mutua induttanza tra due circuiti mutuamente accoppiati **M** è positiva quando le correnti che attraversano le due induttanze sono entrambe entranti in corrispondenza dei rispettivi pallini, M è negativa nel caso contrario.

Per esempio:



Esempi di accoppiamento tra due spire elementari 1 e 2:



L'***autoinduttanza*** per una spira o un circuito dipende

- *dalla forma geometrica e dalla natura fisica del materiale* del conduttore con il quale è stata realizzata la spira o il circuito, e
- *dalla permeabilità del mezzo*.

In un mezzo lineare l'autoinduttanza non dipende dalla corrente nella spira o nel circuito.

Essa esiste indipendentemente dal fatto che la spira o circuito siano aperti o chiusi, e sia che siano posti in prossimità di un altro circuito o spira.

Un conduttore disposto secondo una certa forma (come un filo conduttore avvolto intorno ad un nucleo) per fornire una certo valore di autoinduttanza, è chiamato ***induttore***.

Come il <u>condensatore</u> è in grado di immagazzinare <u>energia elettrica</u>,

analogamente

un <u>induttore</u> è in grado di immagazzinare <u>energia magnetica</u>.

Per ***induttanza*** si intende ***l'autoinduttanza di un induttore***.

La procedura generale per determinare l'autoinduttanza di un induttore (analoga a quella per la determinazione della capacità di un condensatore) è la seguente:

1. Stabilire il sistema di coordinate appropriato in base alla geometria dell'induttore (coordinate cartesiane, cilindriche e sferiche);

2. Assumere il valore della corrente **I** nel filo conduttore;

3. Determinare $\overline{B}$ in funzione della corrente per mezzo della ***legge della circuitazione di Ampere,*** se esistono condizioni di simmetria : $\oint_C \overline{B} \cdot d\overline{l} = \mu_o I,$

   altrimenti la ***legge di Biot-Savart***: $\overline{B} = \frac{\mu_o I}{4\pi} \oint_{C'} \frac{d\overline{l'} \times \overline{a_r}}{R^2} \quad [T]$

4. Calcolare il flusso concatenato con ciascuna spira, Φ, nota $\overline{\boldsymbol{B}}$ attraverso l'integrazione:

$$\boldsymbol{\Phi} = \int_{S} \overline{\boldsymbol{B}} \cdot \boldsymbol{d}\overline{\boldsymbol{s}}$$

dove **S** è l'area sulla quale $\overline{\boldsymbol{B}}$ esiste e si concatena con la corrente stabilita.

5. Calcolare il flusso concatenato Φ_c moltiplicando il flusso Φ per il numero delle spire: **Φ =N Φ**.

6. Trovare L facendo il rapporto: $L = \frac{\Phi_c}{I}$