

**Facoltà di SCIENZE**  
**Anno Accademico 2017/18**  
**Registro lezioni del docente GRECO ANTONIO**

Attività didattica

---

**ANALISI MATEMATICA 3 [SM/0027]**

**Periodo di svolgimento:** *Secondo Semestre*

**Docente titolare del corso:** GRECO ANTONIO matr. 005969

**Riepilogo registro docente:**

---

**GRECO ANTONIO** matr. 005969

Docente interno - PROFESSORE ASSOCIATO

**Stato registro docente:** Bozza

**Ore inserite:** 80 ore

**Ore previste dall'offerta didattica:** 80 ore

**Gruppi di studenti con i quali è stata svolta l'attività - ore per gruppo**

- prevista per tutti gli studenti (senza gruppi associati) - 80 ore

**Ore inserite per tipologia di attività**

26 ore esercitazione :

- prevista per tutti gli studenti (senza gruppi associati) - 26 ore

54 ore lezione :

- prevista per tutti gli studenti (senza gruppi associati) - 54 ore

**Osservazioni:**

Firma del docente titolare del corso:.....

Firma del presidente:.....

Data:.....

**Dettaglio delle attività svolte:**  
**ANALISI MATEMATICA 3 [SM/0027]**

**05/03/2018 - lezione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 15:00

**Ora fine:** 16:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Presentazione del corso

**Descrizione attività:**

Illustrazione del programma del corso, dei suoi obiettivi, e delle modalità di esame.

Introduzione alla teoria delle equazioni differenziali ordinarie. Semplici esempi:  $y' = g(x)$  (ivi compresa l'equazione  $y' = 0$ ) e  $y'' + \omega^2 y = 0$ .

---

**05/03/2018 - lezione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 16:00

**Ora fine:** 17:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Soluzioni classiche delle equazioni differenziali ordinarie

**Descrizione attività:**

Definizione generale di equazione differenziale ordinaria, di ordine  $n$ , e di soluzione classica. Ordine di un'equazione. Integrale generale. Determinazione completa dell'integrale generale dell'equazione  $y'' = -y$ .

---

**06/03/2018 - esercitazione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 09:00

**Ora fine:** 10:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Risoluzione di semplici equazioni differenziali lineari (1/2)

**Descrizione attività:**

Origini storiche e applicazioni recenti della teoria delle equazioni differenziali (cenni). Indicazioni bibliografiche. Svolgimento e discussione di esercizi volti alla determinazione di soluzioni particolari, come pure alla determinazione dell'integrale generale di semplici equazioni differenziali lineari del primo ordine.

---

**06/03/2018 - esercitazione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 10:00

**Ora fine:** 11:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Risoluzione di semplici equazioni differenziali lineari (2/2)

**Descrizione attività:**

Svolgimento e discussione di esercizi volti alla determinazione di soluzioni particolari, come pure alla determinazione dell'integrale generale di semplici equazioni differenziali lineari del secondo ordine. I limiti del concetto di soluzione classica, con riferimento alla descrizione di semplici fenomeni fisici (cenni).

---

**08/03/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 11:00**Ora fine:** 12:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Il problema di Cauchy

**Descrizione attività:**

Forma normale di un'equazione differenziale ordinaria di ordine  $n$ . Problema di Cauchy. Semplici esempi. Interpretazione grafica.

---

**08/03/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 12:00**Ora fine:** 13:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Le equazioni a variabili separabili

**Descrizione attività:**

Struttura delle equazioni differenziali del primo ordine a variabili separabili. Soluzioni banali. Procedimento risolutivo (separazione delle variabili). Esempi.

---

**09/03/2018 - esercitazione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 11:00**Ora fine:** 12:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Esercitazione-laboratorio sulle equazioni a variabili separabili (1/2)

**Descrizione attività:**

Svolgimento e discussione di esercizi sulla risoluzione di equazioni differenziali a variabili separabili, anche con riferimento all'interpretazione fisica. Cenni alle equazioni alle derivate parziali. Esempio: il potenziale elettrostatico generato da una carica puntiforme nel vuoto soddisfa l'equazione di Laplace.

---

**09/03/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 12:00**Ora fine:** 13:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Introduzione alle equazioni differenziali lineari

**Descrizione attività:**

Introduzione alla teoria delle equazioni differenziali lineari a coefficienti continui, in forma normale, con particolare riferimento alle equazioni del secondo ordine. Struttura dello spazio delle soluzioni. Determinazione delle costanti arbitrarie a partire dai valori iniziali mediante la risoluzione del rispettivo sistema  $2 \times 2$  non singolare.

---

**12/03/2018 - esercitazione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 15:00**Ora fine:** 16:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Esercitazione-laboratorio sul problema di Cauchy

**Descrizione attività:**

Svolgimento e discussione di esercizi sulla risolubilità di semplici problemi ai valori iniziali associati ad equazioni non in forma normale, onde constatare l'eventuale molteplicità delle soluzioni, ovvero la totale mancanza di esse. Cenni storici sulle origini della teoria delle equazioni differenziali, tratti testo di Analisi Matematica 2 del prof. Enrico Giusti.

---

**12/03/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 16:00**Ora fine:** 17:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Equazioni lineari omogenee del primo ordine

**Descrizione attività:**

Enunciato del teorema di esistenza e unicità in piccolo della soluzione del problema di Cauchy. Risoluzione esplicita delle equazioni lineari omogenee del primo ordine a coefficienti continui, in forma normale.

---

**15/03/2018 - esercitazione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 11:00**Ora fine:** 12:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Esercitazione-laboratorio sulle equazioni a variabili separabili (2/2)

**Descrizione attività:**

Svolgimento e discussione di esercizi sulla risoluzione delle equazioni differenziali del primo ordine a variabili separabili. Osservazioni sul requisito che il dominio delle soluzioni sia connesso o meno, con riferimento al problema della membrana vibrante (cenni).

---

**15/03/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 12:00**Ora fine:** 13:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Rette e punti in uno spazio funzionale

**Descrizione attività:**

Dimostrazione della struttura dello spazio delle soluzioni delle equazioni lineari del primo ordine in forma normale e a coefficienti continui, non omogenee. Terminologia: rette e punti nello spazio funzionale  $C^1([a,b])$ .

---

**16/03/2018 - lezione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 11:00

**Ora fine:** 12:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Equazioni lineari del primo ordine, non omogenee, in forma normale

**Descrizione attività:**

Determinazione, per quadrature, dell'integrale generale dell'equazione lineare del primo ordine, in forma normale, non omogenea.

---

**16/03/2018 - esercitazione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 12:00

**Ora fine:** 13:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Esercitazione-laboratorio sulle equazioni lineari del primo ordine

**Descrizione attività:**

Svolgimento e discussione di esercizi sulla determinazione dell'integrale generale e sulla risoluzione del problema di Cauchy associato ad equazioni lineari del primo ordine in forma normale.

---

**19/03/2018 - lezione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 15:00

**Ora fine:** 16:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

L'algebra computerizzata

**Descrizione attività:**

Illustrazione delle potenzialità di un CAS (computer algebra system), con applicazioni alla risoluzione simbolica di problemi associati ad equazioni differenziali ordinarie. Esempi svolti con il programma wxMaxima.

---

**19/03/2018 - lezione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 16:00

**Ora fine:** 17:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Introduzione alle equazioni lineari a coefficienti costanti

**Descrizione attività:**

Generalità sulle equazioni lineari a coefficienti costanti. Equazione caratteristica. Le soluzioni  $\lambda$  dell'equazione caratteristica conducono immediatamente a soluzioni di tipo esponenziale dell'equazione differenziale. Cenni al caso delle radici multiple e delle radici complesse. Soluzione completa dell'equazione  $z'' = kz$  qualunque sia la costante reale  $k$ .

---

**20/03/2018 - esercitazione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 09:00**Ora fine:** 10:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Esercitazione-laboratorio sui cambiamenti di variabile

**Descrizione attività:**

Svolgimento e discussione di esercizi sui cambiamenti della variabile dipendente nelle equazioni differenziali, con applicazione alla riconduzione dell'equazione completa  $ay'' + by' + cy = 0$  all'equazione particolare  $z'' = kz$ .

---

**20/03/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 10:00**Ora fine:** 11:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Equazioni lineari omogenee del secondo ordine a coefficienti costanti

**Descrizione attività:**

Espressione dell'integrale generale dell'equazione  $ay'' + by' + cy = 0$ . Semplici esempi, con riferimento all'interpretazione fisica (oscillatore armonico smorzato) ed ai casi particolari  $b=0$  oppure  $c=0$ .

---

**22/03/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 11:00**Ora fine:** 12:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Il teorema di Jacobi

**Descrizione attività:**

Dimostrazione del fatto che il determinante wronskiano di  $n$  soluzioni di un'equazione lineare di ordine  $n$  soddisfa un'opportuna equazione differenziale del primo ordine. Semplici esempi e controesempi nel caso  $n=2$ .

---

**22/03/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 12:00**Ora fine:** 13:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**Complementi sulle equazioni lineari di ordine  $n$ **Descrizione attività:**

Equazioni lineari omogenee a coefficienti continui: riconduzione dell'equazione del tipo di Eulero ad un'equazione a coefficienti costanti mediante la sostituzione  $x = e^{at}$  oppure  $x = -e^{at}$ . Equazioni non omogenee: cenni al metodo della variazione delle costanti arbitrarie ed al metodo di somiglianza.

---

**23/03/2018 - esercitazione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 11:00

**Ora fine:** 12:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Esercitazione-laboratorio sulle equazioni lineari non omogenee del secondo ordine

**Descrizione attività:**

Svolgimento e discussione di esercizi sulla risoluzione delle equazioni lineari non omogenee del secondo ordine con il metodo di somiglianza.

---

**23/03/2018 - lezione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 12:00

**Ora fine:** 13:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Problema di Cauchy per equazioni differenziali vettoriali

**Descrizione attività:**

Il problema di Cauchy per equazioni differenziali vettoriali. Espressione, sotto tale forma, del problema ai valori iniziali associato ad un'equazione lineare scalare di ordine  $n$ .

---

**26/03/2018 - esercitazione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 15:00

**Ora fine:** 16:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Esercitazione-laboratorio sul problema di Cauchy (2/2)

**Descrizione attività:**

Svolgimento e discussione di esercizi sull'utilizzo della condizione di Lipschitz per dimostrare l'unicità della soluzione del problema di Cauchy mediante un'opportuna stima ricorsiva.

---

**26/03/2018 - lezione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 16:00

**Ora fine:** 17:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Dimostrazione del teorema di Cauchy (1/2)

**Descrizione attività:**

Dimostrazione del teorema di Cauchy. Prima parte: unicità della soluzione e formulazione integrale del problema. Schema della dimostrazione di esistenza.

---

**27/03/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 09:00**Ora fine:** 10:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Dimostrazione del teorema di Cauchy (2/2)

**Descrizione attività:**

Dimostrazione del teorema di esistenza della soluzione del problema ai valori iniziali: definizione, per ricorrenza, di una successione approssimante, e verifica della convergenza tramite il criterio di Cauchy.

---

**27/03/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 10:00**Ora fine:** 11:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Convergenza puntuale e convergenza uniforme

**Descrizione attività:**

Definizione della convergenza puntuale e della convergenza uniforme di una data successione di funzioni. La convergenza uniforme implica quella puntuale. Non vale il viceversa: costruzione di un controesempio. La convergenza puntuale non garantisce di poter passare al limite sotto il segno di integrale.

---

**05/04/2018 - esercitazione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 11:00**Ora fine:** 12:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Esercitazione-laboratorio sulla convergenza uniforme (1/2)

**Descrizione attività:**

Svolgimento e discussione di esercizi sulla convergenza puntuale e sulla convergenza uniforme di una successione di funzioni, anche in relazione alla possibilità di passare al limite sotto il segno di integrale. Illustrazione del concetto con l'ausilio di animazioni realizzate con il programma GeoGebra. Cenni alle prospettive lavorative dei laureati in matematica, con riferimento ai cinque ex-studenti di Cagliari inseriti nel sito del Ministero <https://www.mestierideimatematici.it>

---

**05/04/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 12:00**Ora fine:** 13:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Passaggio al limite sotto il segno di integrale

**Descrizione attività:**

Interpretazione grafica della convergenza uniforme. Enunciato del teorema di passaggio al limite sotto il segno di integrale nell'ipotesi della convergenza uniforme su di un intervallo chiuso e limitato  $[a,b]$ . Dimostrazione del teorema sotto l'ipotesi aggiuntiva della continuità della funzione limite.

---



**06/04/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 11:00**Ora fine:** 12:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Il criterio di Cauchy uniforme

**Descrizione attività:**

Condizione di Cauchy per la convergenza uniforme: dimostrazione della necessità e della sufficienza. Dimostrazione, mediante un esempio ispirato alla densità di Cauchy, del fatto che la convergenza uniforme non garantisce la possibilità di passare al limite sotto il segno di integrale quando l'intervallo di integrazione è illimitato. Cenni alle famiglie di funzioni indicizzate da un parametro reale anziché discreto.

---

**06/04/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 12:00**Ora fine:** 13:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Inversione dei limiti

**Descrizione attività:**

Enunciato e dimostrazione del teorema sull'inversione dei limiti sotto l'ipotesi della convergenza uniforme. Applicazione: la funzione limite uniforme di una successione di funzioni continue è anch'essa una funzione continua.

---

**09/04/2018 - esercitazione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 15:00**Ora fine:** 16:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Esercitazione-laboratorio sulla convergenza uniforme (2/2)

**Descrizione attività:**

Svolgimento e discussione di esercizi sul riconoscimento della convergenza uniforme di semplici successioni di funzioni, con particolare riferimento al problema della derivabilità della funzione limite. Osservazioni fondamentali: la convergenza puntuale su di un insieme finito è sempre uniforme, e se la convergenza non è uniforme in un intervallo chiuso  $[a,b]$ , non lo è nemmeno nell'aperto  $(a,b)$ .

---

**09/04/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 16:00**Ora fine:** 17:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Derivabilità della funzione limite (1/2)

**Descrizione attività:**

Il problema della derivabilità della funzione limite di una successione di funzioni derivabili. Dimostrazione del fatto che se una successione di funzioni  $f_k$  converge almeno in un punto, e se la successione delle derivate converge uniformemente in un intorno  $(a,b)$  di tale punto, allora anche le funzioni  $f_k$  convergono uniformemente in  $(a,b)$ . Esempi e controesempi. Dimostrazione.

---

**10/04/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 09:00**Ora fine:** 10:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Derivabilità della funzione limite (2/2)

**Descrizione attività:**

Dimostrazione del fatto che, se la successione delle derivate di una successione data di funzioni  $f_k$  converge uniformemente in un intervallo  $(a,b)$ , e se le stesse funzioni  $f_k$  convergono almeno in un punto di  $(a,b)$ , allora la funzione limite è derivabile e la sua derivata è il limite delle funzioni  $f'_k$ .

---

**10/04/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 10:00**Ora fine:** 11:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Generalità sulle serie di funzioni

**Descrizione attività:**

Introduzione alle serie di funzioni, con particolare riferimento alla serie di Taylor di una funzione di classe  $C^\infty$ . Definizione della convergenza puntuale e della convergenza uniforme. Somma di una serie. Esempio: la serie geometrica.

---

**12/04/2018 - esercitazione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 11:00**Ora fine:** 12:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Esercitazione-laboratorio sulle serie di Maclaurin (1/2)

**Descrizione attività:**

Svolgimento e discussione di esercizi sulla determinazione della serie di Maclaurin di alcune funzioni elementari. Dimostrazione della convergenza della serie di Maclaurin della funzione esponenziale alla funzione generatrice.

---

**12/04/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 12:00**Ora fine:** 13:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Serie di potenze e raggio di convergenza

**Descrizione attività:**

Nozione di serie di potenze. Esempi. Le serie di potenze convergono sempre in almeno un punto. Struttura dell'insieme di convergenza (è un intervallo). Determinazione del raggio di convergenza mediante il limite del rapporto fra coefficienti consecutivi.

---

**13/04/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 11:00**Ora fine:** 12:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Serie di potenze al di fuori dell'intervallo di convergenza

**Descrizione attività:**

Richiami sul criterio del rapporto per le serie numeriche, ed applicazione alle serie di potenze. Le serie di potenze non convergono in nessun punto esterno all'intervallo di convergenza perché non soddisfano la condizione necessaria (il termine generale non tende a zero).

---

**13/04/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 12:00**Ora fine:** 13:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Sviluppi di Maclaurin che non restituiscono la funzione generatrice

**Descrizione attività:**

Richiami sulle serie numeriche: serie armonica, serie armonica generalizzata, serie a termini di segno alterno. La serie di Taylor può convergere ad una funzione diversa dalla funzione generatrice: esempi notevoli.

---

**16/04/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 15:00**Ora fine:** 16:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

La convergenza della serie di Maclaurin alla funzione generatrice

**Descrizione attività:**

Verifica della convergenza della serie di Maclaurin della funzione  $\log(1 - x)$  alla funzione generatrice mediante la formula di Taylor con il resto di Lagrange.

---

**16/04/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 16:00**Ora fine:** 17:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

L'integrazione termine a termine delle serie di potenze

**Descrizione attività:**

Le serie di potenze convergono uniformemente in ogni intervallo chiuso e limitato incluso nell'intervallo aperto di convergenza puntuale. Applicazione alla verifica della sviluppabilità in serie di Maclaurin della funzione  $\log(1 - x)$  per ogni  $x$  nell'intervallo  $(0, 1)$ .

---

**17/04/2018 - esercitazione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 09:00

**Ora fine:** 10:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Esercitazione-laboratorio sulle serie di Maclaurin (2/2)

**Descrizione attività:**

Svolgimento e discussione di esercizi sulla determinazione delle serie di Maclaurin di alcune semplici funzioni, con particolare riferimento alle funzioni trigonometriche  $\sin x$  e  $\cos x$ .

---

**17/04/2018 - lezione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 11:00

**Ora fine:** 12:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Teorema di Abel e applicazioni

**Descrizione attività:**

Enunciato e dimostrazione del teorema di Abel. Applicazioni: integrabilità e derivabilità termine a termine delle serie di potenze.

---

**19/04/2018 - lezione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 11:00

**Ora fine:** 12:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Funzioni trascendenti nel campo complesso. Totale convergenza.

**Descrizione attività:**

Cenni alla costruzione del campo  $\mathbb{C}$  dei numeri complessi ed alla sua completezza. Uso delle serie di potenze per estendere al campo complesso la funzione esponenziale. Verifica, per mezzo delle serie appropriate, dell'identità di Eulero  $e^{ib} = \cos b + i \sin b$ . Nozione di totale convergenza di una serie di funzioni. La totale convergenza implica la convergenza uniforme.

---

**19/04/2018 - lezione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 12:00

**Ora fine:** 13:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Cenni alle funzioni analitiche, e introduzione alle serie di Fourier

**Descrizione attività:**

Una serie di potenze convergente nell'intervallo aperto  $(-r,r)$  converge totalmente, dunque anche uniformemente, in ogni intervallo chiuso  $[-d,d]$  incluso in  $(-r,r)$ . Espressione delle derivate successive della funzione  $S(x)$ , somma di una data serie di potenze. Lo sviluppo di  $S(x)$  in serie di Maclaurin coincide con la serie di partenza. Nozione di funzione analitica. Introduzione alle serie di Fourier: espressione dei coefficienti e cenni storici all'opera di Fourier, con riferimento alla conduzione del calore in un corpo a forma di anello.

---

**20/04/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 11:00**Ora fine:** 12:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Il teorema di Dirichlet

**Descrizione attività:**

Enunciato del teorema di Dirichlet sulla convergenza puntuale delle serie trigonometriche. Cenni storici sul problema della sviluppabilità di una funzione data in serie di Fourier. Trasformazione di un intervallo limitato qualunque  $[a,b]$  nell'intervallo canonico  $[-\pi, \pi]$ .

---

**20/04/2018 - esercitazione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 12:00**Ora fine:** 13:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Esercitazione-laboratorio sulle serie di Fourier (1/3)

**Descrizione attività:**

Svolgimento e discussione di esercizi sulla determinazione degli sviluppi di Fourier di alcune semplici funzioni. Nozioni elementari in tale ambito: funzioni pari, funzioni dispari, prodotti tra di esse, e calcolo dei loro integrali. Espressione del coseno di  $k\pi$  mediante  $(-1)^k$ .

---

**23/04/2018 - esercitazione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 15:00**Ora fine:** 16:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Esercitazione-laboratorio sulle serie di Fourier (2/3)

**Descrizione attività:**

Svolgimento e discussione di esercizi sulla determinazione della serie di Fourier di semplici funzioni. Uso di un CAS (computer algebra system) per lo svolgimento automatico di tale compito. Richiami sulla media integrale di una funzione, con riferimento al primo termine della sua serie di Fourier.

---

**23/04/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 16:00**Ora fine:** 17:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Teorema di Riemann-Lebesgue, e uguaglianza di Parseval

**Descrizione attività:**

Nozione di funzione continua a tratti, e di funzione regolare a tratti. Esempi e controesempi. Enunciato del teorema di Riemann-Lebesgue. Presentazione dell'uguaglianza di Parseval, e nesso tra tale uguaglianza ed il teorema di Pitagora.

---

**24/04/2018 - esercitazione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 09:00

**Ora fine:** 10:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Esercitazione-laboratorio sulle serie di Fourier (3/3)

**Descrizione attività:**

Svolgimento e discussione di esercizi sulla determinazione della serie di Fourier di semplici funzioni.

---

**24/04/2018 - lezione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 10:00

**Ora fine:** 11:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Disuguaglianza di Bessel, e dimostrazione del teorema di convergenza

**Descrizione attività:**

Enunciato e dimostrazione della disuguaglianza di Bessel. Dimostrazione del teorema di convergenza della serie di Fourier alla funzione generatrice, nel caso un cui tale funzione sia regolare.

---

**26/04/2018 - esercitazione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 11:00

**Ora fine:** 12:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Esercitazione-laboratorio sui punti fissi di un'applicazione (1/3)

**Descrizione attività:**

Nozione di punto fisso di un'applicazione  $f$  da un insieme  $X$  verso  $X$  stesso. Svolgimento e discussione di semplici esercizi sulla determinazione dei punti fissi di una funzione  $f$ , della variabile reale  $x$ , mediante la successione definita per ricorrenza ponendo  $x_{k+1} = f(x_k)$  a partire da un valore dato  $x_0$ .

---

**26/04/2018 - esercitazione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 12:00

**Ora fine:** 13:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Esercitazione-laboratorio sui punti fissi di un'applicazione (2/3)

**Descrizione attività:**

Svolgimento e discussione di esercizi sul calcolo numerico approssimato delle soluzioni di semplici equazioni nel campo dei numeri reali, riconducibili al concetto di punto fisso di un'applicazione data. Cenni alla definizione di contrazione, e confronto con la condizione di Lipschitz.

---

**27/04/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 11:00**Ora fine:** 12:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Contrazioni aventi per dominio un intervallo sull'asse reale

**Descrizione attività:**

Definizione di una contrazione avente per dominio un intervallo sull'asse dei numeri reali.

Osservazioni elementari: unicità del punto fisso. La successione definita per ricorrenza ponendo  $x_{k+1} = f(x_k)$  converge al punto fisso. Esistenza del punto fisso se il dominio è un intervallo completo.**27/04/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 12:00**Ora fine:** 13:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Spazi metrici, teorema delle contrazioni

**Descrizione attività:**

Definizione di spazio metrico. Nozioni di: limite, palla aperta, successione fondamentale, completezza.

Enunciato del teorema delle contrazioni, o di Banach-Caccioppoli. Spazi funzionali metrici notevoli: gli spazi  $C^k([a,b])$ , con particolare riguardo per i casi  $k=0$  e  $k=1$ , nei quali la completezza segue dai teoremi già svolti sulla convergenza uniforme.**03/05/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 11:00**Ora fine:** 12:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Spazi di Banach

**Descrizione attività:**Definizione di una norma su di uno spazio vettoriale. Su di uno spazio vettoriale normato si può sempre definire una metrica. Gli spazi vettoriali normati, completi rispetto a tale metrica, si dicono spazi di Banach. Esempi semplici: lo spazio vettoriale  $\mathbb{R}^n$  ed il campo  $\mathbb{C}$  dei numeri complessi. Uno spazio metrico, come ad esempio una superficie con la distanza geodetica, non è necessariamente uno spazio vettoriale.**03/05/2018 - esercitazione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 12:00**Ora fine:** 13:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Esercitazione-laboratorio sul teorema delle contrazioni

**Descrizione attività:**Svolgimento e discussione di esercizi sulle contrazioni aventi per dominio lo spazio metrico  $C^0([a,b])$ , con applicazione al teorema di esistenza e unicità in piccolo della soluzione del problema di Cauchy associato ad un'equazione differenziale del primo ordine.

**04/05/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 11:00**Ora fine:** 12:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**Le norme-p nello spazio vettoriale finito-dimensionale  $\mathbb{R}^n$ **Descrizione attività:**

Definizione delle norme-p nello spazio vettoriale finito-dimensionale  $\mathbb{R}^n$  e loro equivalenza. Norme equivalenti determinano la stessa definizione di limite. Rappresentazione grafica del cerchio in  $\mathbb{R}^2$  inteso rispetto alla norma-p. Tutte le norme nello spazio vettoriale finito-dimensionale  $\mathbb{R}^n$  sono equivalenti fra loro (enunciato), mentre negli spazi funzionali di dimensione infinita esistono norme non equivalenti.

---

**04/05/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 12:00**Ora fine:** 13:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Introduzione alla teoria della misura e dell'integrazione secondo Lebesgue

**Descrizione attività:**

Premessa: una funzione  $f(x)$ , data come limite puntuale di una successione di funzioni  $f_k(x)$  integrabili secondo Riemann, può risultare non integrabile secondo Riemann. Costruzione di un esempio in cui la funzione limite  $f(x)$  è la funzione di Dirichlet. Motivazioni per sviluppare la teoria della misura: tentativo di definire l'integrale di una funzione  $f(x)$  a partire da una partizione sull'asse  $y$  anziché sull'asse  $x$ , e conseguente necessità di definire la misura degli insiemi del tipo  $f^{-1}([c,d])$ , cioè controimmagini di intervalli.

---

**08/05/2018 - esercitazione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 09:00**Ora fine:** 10:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Esercitazione-laboratorio sulla definizione dell'integrale

**Descrizione attività:**

Svolgimento e discussione di esercizi sulla definizione dell'integrabilità secondo Riemann, e confronto con il procedimento ideato da Lebesgue (partizione sull'asse  $y$  anziché sull'asse  $x$ ). Cenni alla tesi di Lebesgue "Intégrale, longueur, aire" del 1902.

---



**08/05/2018 - lezione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 10:00

**Ora fine:** 11:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

La misura di Lebesgue

**Descrizione attività:**

Definizione della misura esterna e della misura interna secondo Lebesgue di un sottoinsieme limitato del piano  $\mathbb{R}^2$ . Confronto con la misura di Peano-Jordan. Nozione di insieme misurabile secondo Lebesgue. Cenni al paradosso di Banach-Tarski.

---

**10/05/2018 - lezione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 11:00

**Ora fine:** 12:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Misura degli aperti

**Descrizione attività:**

Rappresentazione di un aperto di  $\mathbb{R}^n$  come unione di una successione di intervalli (chiusi). Due definizioni alternative della misura esterna di Lebesgue di un insieme limitato.

---

**10/05/2018 - lezione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 12:00

**Ora fine:** 13:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Confronto tra la misura di Peano-Jordan e quella di Lebesgue

**Descrizione attività:**

Dimostrazione, a partire dalle rispettive definizioni, delle disuguaglianze che sussistono fra la misura interna/esterna di Peano-Jordan e quella di Lebesgue. Corollario: se un sottoinsieme di  $\mathbb{R}^n$  è misurabile secondo Peano-Jordan, allora è misurabile anche secondo Lebesgue, e le due misure sono uguali.

---

**11/05/2018 - esercitazione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 11:00

**Ora fine:** 12:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Esercitazione-laboratorio sulla distanza da un chiuso

**Descrizione attività:**

Svolgimento e discussione di esercizi sulla definizione della distanza di un punto  $P$  da un sottoinsieme chiuso e non vuoto  $F$  dello spazio  $\mathbb{R}^n$ , ed in particolare sulla lipschitzianità di tale funzione.

---

**11/05/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 12:00**Ora fine:** 13:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Insiemi illimitati e numerabile additività

**Descrizione attività:**

Misurabilità degli insiemi illimitati, e definizione della misura di Lebesgue. Formulazione della proprietà di numerabile additività della misura di Lebesgue. Per contro, un controesempio ispirato alla funzione di Dirichlet mostra che l'unione di una successione di insiemi misurabili secondo Peano-Jordan può risultare non misurabile secondo Peano-Jordan.

---

**15/05/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 09:00**Ora fine:** 10:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Subadditività sugli aperti

**Descrizione attività:**

Dimostrazione della subadditività numerabile della misura di Lebesgue sugli insiemi aperti, mediante una tecnica di "frantumazione e smistamento" dei loro sottoinsiemi compatti. Un semplice esempio costruito con due soli aperti nel piano.

---

**15/05/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 10:00**Ora fine:** 11:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Altre proprietà della misura, ed esempi semplici

**Descrizione attività:**

Monotonia della misura di Lebesgue rispetto all'inclusione insiemistica; misurabilità del complementare; misurabilità dell'intersezione (finita o numerabile). Semplici esempi: l'insieme dei numeri razionali nell'intervallo  $(0,1)$  ha misura di Lebesgue nulla. Di conseguenza, l'insieme degli irrazionali nell'intervallo  $(0,1)$  ha misura di Lebesgue unitaria.

---

**17/05/2018 - esercitazione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 09:00**Ora fine:** 10:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Esercitazione-laboratorio sulla misura di Lebesgue

**Descrizione attività:**

Svolgimento e discussione di esercizi sulla determinazione della misura di Lebesgue unidimensionale di semplici insiemi dati, con particolare riferimento alla misura dell'intersezione di una successione decrescente di insiemi.

---

**17/05/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 10:00**Ora fine:** 11:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

La continuità della misura

**Descrizione attività:**

La proprietà più importante della misura di Lebesgue, la numerabile additività, può esprimersi equivalentemente sotto forma di continuità della misura: la misura dell'insieme unione di una successione crescente di insiemi dati uguaglia il limite della misura di tali insiemi. Una proprietà analoga vale per l'intersezione, limitatamente agli insiemi di misura finita.

---

**18/05/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 09:00**Ora fine:** 10:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Misurabilità della funzione limite

**Descrizione attività:**

La funzione limite puntuale di una successione di funzioni misurabili è anch'essa una funzione misurabile. Dimostrazione di tale proprietà sotto l'ipotesi aggiuntiva della monotonia della successione data. Non tutti gli insiemi sono misurabili: costruzione del classico esempio di Vitali di un insieme non misurabile secondo Lebesgue in dimensione 1.

---

**18/05/2018 - lezione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 10:00**Ora fine:** 11:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Integrale di Lebesgue delle funzioni non negative

**Descrizione attività:**

Varie definizioni di funzione misurabile, l'una equivalente all'altra. Sigma-algebra dei boreliani. Funzioni semplici non negative, e loro integrali. Definizione dell'integrale di Lebesgue di una funzione non negativa, esteso a tutto l'asse reale.

---

**22/05/2018 - esercitazione -****Docente:** GRECO ANTONIO**Ora inizio:** 09:00**Ora fine:** 10:00**Ore accademiche:** 1**Titolo attività:**

Esercitazione-laboratorio sulle funzioni misurabili

**Descrizione attività:**

Svolgimento e discussione di esercizi sulle principali proprietà delle funzioni misurabili: la funzione somma, differenza, prodotto, o rapporto di due funzioni misurabili è ancora una funzione misurabile. Le funzioni integrabili secondo Riemann, ed in particolare le funzioni continue, sono misurabili. La funzione caratteristica dell'insieme dei numeri razionali, che non è integrabile secondo Riemann, è una funzione misurabile.

---

**22/05/2018 - lezione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 10:00

**Ora fine:** 11:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Teorema di B. Levi e lemma di Fatou

**Descrizione attività:**

Definizione del limite inferiore di una successione numerica. Enunciato del teorema di Beppo Levi, o teorema della convergenza monotona, e del lemma di Fatou. Semplici conseguenze che si possono trarre dal teorema di B. Levi: ad esempio nel caso di una successione decrescente di funzioni negative, oppure di una successione decrescente di funzioni positive aventi integrale finito.

---

**24/05/2018 - lezione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 09:00

**Ora fine:** 10:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Esercitazione-laboratorio sul passaggio al limite sotto il segno di integrale

**Descrizione attività:**

Svolgimento e discussione di esercizi consistenti in semplici applicazioni del teorema della convergenza monotona e del lemma di Fatou. Come conseguenza, si constata che l'integrale generalizzato di Riemann coincide con l'integrale di Lebesgue a condizione che la funzione integranda non cambi segno.

---

**24/05/2018 - lezione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 10:00

**Ora fine:** 11:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Il teorema della convergenza dominata

**Descrizione attività:**

Definizione dell'integrale di Lebesgue di una funzione misurabile, senza imporre restrizioni a priori sul suo segno. Enunciato del teorema della convergenza dominata, e procedimento per dedurre la tesi dal lemma di Fatou.

---

**25/05/2018 - lezione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 09:00

**Ora fine:** 10:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Esempi e controesempi

**Descrizione attività:**

Illustrazione, tramite semplici esempi e controesempi, del ruolo e dell'importanza delle ipotesi dei teoremi di passaggio al limite sotto il segno di integrale della teoria di Lebesgue. Il teorema della convergenza limitata come caso particolare di quello della convergenza dominata.

---

**25/05/2018 - lezione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 10:00

**Ora fine:** 11:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Derivazione sotto il segno di integrale

**Descrizione attività:**

Motivazioni per l'uso di funzioni definite tramite integrali, con riferimento alle trasformate di Fourier e di Laplace. Condizioni sufficienti per la derivazione sotto il segno di integrale, ricavate dal teorema della convergenza monotona e da quello della convergenza dominata.

---

**29/05/2018 - esercitazione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 09:00

**Ora fine:** 10:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Esercitazione-laboratorio sulla derivazione sotto il segno di integrale

**Descrizione attività:**

Svolgimento e discussione di esercizi sul teorema di derivazione sotto il segno di integrale, ispirati alla trasformata di Laplace della funzione  $(\sin x)/x$ .

---

**29/05/2018 - lezione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 10:00

**Ora fine:** 11:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Misure prodotto, e teorema di Fubini

**Descrizione attività:**

Teorema sulla misura dei prodotti cartesiani (solo enunciato). Interpretazione geometrica dell'integrale di Lebesgue (solo enunciato). Teorema di Fubini (solo enunciato).

---

**31/05/2018 - esercitazione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 11:00

**Ora fine:** 12:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Esercitazione-laboratorio sui teoremi di Fubini e Tonelli (1/2)

**Descrizione attività:**

Enunciato del teorema di Tonelli per ricondurre l'integrale doppio di una funzione non negativa a due integrali semplici. Svolgimento e discussione di esercizi sui teoremi di Fubini e di Tonelli.

---

**31/05/2018 - esercitazione -**

**Docente:** GRECO ANTONIO

**Ora inizio:** 12:00

**Ora fine:** 13:00

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

Esercitazione-laboratorio sui teoremi di Fubini e Tonelli (2/2)

**Descrizione attività:**

Svolgimento e discussione di esercizi sulla riduzione di un integrale doppio a due integrali semplici.

Uso del teorema di Tonelli, applicato alla funzione  $|f|$ , per stabilire se  $f$  è sommabile e di conseguenza poter applicare il teorema di Fubini.

---