Esercizi

La tabella qui sotto riporta, nella prima colonna, alcune successioni.

Per ciascuna successione occorre indicare, contrassegnando la casella corrispondente, se si tratta di una successione convergente, divergente o indeterminata.

Scrivere nell'ultima colonna il valore del limite (se la successione considerata ammette limite).

Successione	convergente	divergente	indeterminata	limite (se esiste)
$2n$	☐	☐	☐	
$-3n$	☐	☐	☐	
$\frac{1}{n}$	☐	☐	☐	
$-\frac{2}{3n}$	☐	☐	☐	
$(-1)^n$	☐	☐	☐	
$(-1)^{2n}$	☐	☐	☐	

Esercizi

1) Rappresentare sull'asse x l'insieme dei punti la cui ascissa x soddisfa la condizione $|x| < 5$.

2) Rappresentare sull'asse x l'insieme dei punti la cui ascissa x soddisfa la condizione $|x - 1| < 9$.

3) Rappresentare sul piano cartesiano il luogo dei punti le cui coordinate (x, y) soddisfano la condizione $|x| < 3$.

4) Rappresentare sul piano cartesiano il luogo dei punti le cui coordinate (x, y) soddisfano la condizione $|x| = |y|$.

5) Indichiamo con $\sqrt{t}$, come di consueto, la radice quadrata del numero reale $t \geq 0$. In altri termini, il simbolo $\sqrt{t}$ rappresenta quell'unico numero reale non negativo il cui quadrato è uguale a t. Determinare tutti i numeri reali x tali che $\sqrt{x^2} = |x|$.

Analisi Matematica I
prof. Antonio Greco
Limiti di success. (2)

Esercizi

La tabella qui sotto riporta, nella prima colonna, alcune successioni.

Per ciascuna successione occorre indicare, contrassegnando la casella corrispondente, se si tratta di una successione convergente, divergente o indeterminata.

Scrivere nell'ultima colonna il valore del limite (se la successione considerata ammette limite).

Successione	convergente	divergente	indeterminata	limite (se esiste)
2^n	□	□	□	
$\left(\frac{1}{10}\right)^n$	□	□	□	
$\dfrac{n^2 + 10^{10}\, n - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - 7n^2}$	□	□	□	
$\dfrac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$	□	□	□	
$\sqrt[n]{3}$	□	□	□	
$\sqrt{n^2 + 3n} - n$	□	□	□	

Suggerimento: sfruttare l'uguaglianza

$$\sqrt{n^2 + 3n} - n = \left(\sqrt{n^2 + 3n} - n\right) \frac{\sqrt{n^2+3n}+n}{\sqrt{n^2+3n}+n}$$

Analisi Matematica I
prof. Antonio Greco
Limiti di success. (3)

Esercizi

La tabella qui sotto riporta, nella prima colonna, alcune successioni.

Per ciascuna successione occorre indicare, contrassegnando la casella corrispondente, se si tratta di una successione convergente, divergente o indeterminata.

Scrivere nell'ultima colonna il valore del limite (se la successione considerata ammette limite).

Successione	convergente	divergente	indeterminata	limite (se esiste)
1^n	□	□	□	
$n^2 - 10^{10}\, n$	□	□	□	
$[n]$ (parte intera di n)	□	□	□	
$\left[\dfrac{n^2 + (-1)^n}{10^{-10}\, n - \sqrt{3} + n^2}\right]$	□	□	□	
$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+70}$	□	□	□	
$\left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$	□	□	□	

Suggerimento: si indichi con la lettera e il limite della successione $(1 + \frac{1}{n})^n$, che esiste ed è finito (numero di Nepero). Posto $k = n - 1$, si noti che $1 - \frac{1}{n} = \frac{1}{1+\frac{1}{k}}$.

Esercizi

1) Posto $n = 3$, calcolare le seguenti sommatorie:

$$\sum_{k=0}^{n} n \qquad \sum_{k=0}^{n} k$$

2) Indichiamo con n ed m due interi positivi tali che $n < m$. Siano $a_1, \dots, a_m$ e $b_1, \dots, b_n$ numeri reali qualunque. Stabilire quali delle seguenti uguaglianze sono verificate.

(a) $$\sum_{k=1}^{n} a_k + \sum_{k=1}^{n} b_k = \sum_{k=1}^{n} (a_k + b_k)$$

(b) $$\sum_{k=1}^{n} a_k + \sum_{k=n+1}^{m} a_k = \sum_{k=1}^{m} a_k$$

(c) $$\sum_{k=1}^{n} a_k = \sum_{k=0}^{n-1} a_{k+1}$$

(d) $$\sum_{k=1}^{n} a_k = \sum_{k=1}^{n} a_{n-k+1}$$

Esercizi

1) Stabilire per quali numeri naturali n l'espressione $(1 + x)^n$ rappresenta un polinomio nell'indeterminata x.

2) Usando la formula di Newton[(*)], scrivere lo sviluppo di $(1 + x)^{10}$.

3) Sfruttando l'uguaglianza

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!},$$

che vale per ogni $n \in \mathbb{N}$ ed ogni $k \in \{\,0, \dots, n\,\}$, svolgere i seguenti esercizi.

(a) Stabilire per quali numeri naturali n e k sussiste l'uguaglianza

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}.$$

(b) Stabilire per quali numeri naturali n sussiste l'uguaglianza

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k}\, b^k = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k\, b^{n-k}.$$

(c) Calcolare numericamente $\binom{100}{2}$.

[(*)] La formula era già nota agli Arabi nel Duecento: v. Kline, Storia del pensiero matematico, Einaudi, cap. XIII, par. 6, pag. 318.

Esercizi

1) Verificare per induzione che:

   (a) $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n\,(n+1)}{2}$ per $n \geq 1$.

   (b) $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n\,(n+1)\,(2n+1)}{6}$ per $n \geq 1$.

   (c) $\sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ per $n \geq 0$.

   La lettera q denota una qualunque costante reale diversa da 1.

2) Verificare(*) che $\sum_{k=1}^{n} (2k-1) = n^2$ per $n \geq 1$.

(a) Conti, Ferrario, Terracini, Verzini, Analisi matematica, vol. 1, Apogeo Education - Maggioli Editore, pag. 17

(b) *ibidem*, esercizio 22, pag. 25

(c) *ibidem*, esercizio 20, pag. 25

(∗) *ibidem*, esempio (I.3), pag. 31.

Esercizi

1) Calcolare $\sum_{k=0}^{9} 2^k$.

2) Trovare due numeri reali a, b tali che per ogni $n \in \mathbb{N}$ ed ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ si abbia
$$\sum_{k=0}^{n} x^k = \frac{a + b\,x^{n+1}}{1-x}.$$

3) Scrivere la definizione di *somma di una serie.*

4) Stabilire se la serie $\sum_{k=0}^{+\infty} 2^{-k}$ è convergente, ed in caso affermativo calcolarne la somma.

5) Trovare le prime quattro cifre decimali del numero $x = \sum_{k=0}^{+\infty} 10^{-k}$.

6) Diciamo che una serie $\sum_{k=0}^{+\infty} a_k$ è *indeterminata* se il limite $\lim_{n\to+\infty} \sum_{k=0}^{n} a_k$ non esiste. Costruire un esempio di serie indeterminata.

7) Dimostrare che *condizione necessaria per la convergenza di una serie* $\sum_{k=0}^{+\infty} a_k$ *è che* $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$.

   Suggerimento: osservare che $a_n = \sum_{k=0}^{n} a_k - \sum_{k=0}^{n-1} a_k$.

Analisi Matematica I
prof. Antonio Greco
Criteri di convergenza

Esercizi

1) Stabilire il carattere delle seguenti serie:

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{3}{5^k}; \qquad \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{2}{7k}.$$

2) Indicato con x un parametro reale, stabilire il carattere (che dipenderà, in generale, dal valore di x) delle seguenti serie:

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{x^k}{k!}; \qquad \sum_{k=0}^{+\infty} x^k; \qquad \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{x^{k+1}}{k+1}; \qquad \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{x^k}{k};$$

$$\sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}; \qquad \sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!}.$$

3) Per ciascuna delle serie dell'esercizio precedente, scrivere la somma dei primi due termini.

Analisi Matematica I
prof. Antonio Greco
Dominio e potenze

Esercizi

1) Trovare il dominio delle seguenti funzioni:

$$f_1(x) = 1 - 3x; \qquad f_2(x) = 4x - 5;$$

$$f_3(x) = x^2; \qquad f_4(x) = x^3;$$

$$f_5(x) = 1/x; \quad f_6(x) = x^{-2}; \qquad f_7(x) = x^{-3};$$

$$f_8(x) = \sqrt{x}; \quad f_9(x) = \sqrt{x+3}; \quad f_{10}(x) = \sqrt{x-5};$$

$$f_{11}(x) = \sqrt{|x|}; \qquad f_{12}(x) = |\sqrt{x}\,|;$$

$$f_{13}(x) = \frac{1}{x+7}; \; f_{14}(x) = \frac{1}{x^2+3}; \; f_{15}(x) = \frac{1}{x^2-9}.$$

2) Fra le funzioni dell'esercizio precedente, individuare quelle pari e quelle dispari.

3) Disegnare il grafico delle funzioni $f_1(x)$ e $f_2(x)$ dell'esercizio 1.

4) Segnare sul piano cartesiano i punti di coordinate $(x_k, f_3(x_k))$ con $x_k = k/4$ per $k = 0, \ldots, 4$.

5) Segnare sul piano cartesiano i punti di coordinate $(x_k, f_4(x_k))$ con $x_k = k/4$ per $k = 0, \ldots, 4$.

Esercizi

1) Determinare tutti i numeri reali x tali che $2^x > 0$.

2) Determinare tutti i numeri reali x tali che $2^x > 1$.

3) Determinare tutti i numeri reali x tali che $\sqrt{x} > 0$.

4) Determinare tutti i numeri reali x tali che $\log_2 x > 0$.

5) Determinare tutti i numeri reali x tali che $\log_2 x < 1$.

6) Determinare tutti i numeri reali x tali che $|\sqrt{x}\,| \geq 0$.

7) Determinare tutti i numeri reali x tali che $\log_2 |x| > 0$.

8) Determinare tutti i numeri reali x tali che $|\log_2 x| > 1$.

9) Determinare il dominio e tracciare il grafico della funzione $y(x) = x + 1 - 10^{\log_{10} x}$.

10) Determinare il dominio e tracciare il grafico della funzione $y(x) = 1 - \log_{10} 10^x$.

11) Determinare il lato di un triangolo equilatero sapendo che l'altezza misura $3\,\mathrm{m}$ (suggerimento: usare il teorema di Pitagora).

12) Rappresentare sul piano cartesiano il luogo dei punti le cui coordinate (x, y) soddisfano la condizione $x^2 + y^2 < 4$ (suggerimento: usare il teorema di Pitagora).

Esercizi

1) Trovare il dominio delle funzioni $\operatorname{sen} x$, $\cos x$ e $\operatorname{tg} x$.

2) Stabilire se le funzioni dell'esercizio precedente sono pari o dispari.

3) Stabilire se le funzioni dell'esercizio 1 sono periodiche, ed in caso affermativo determinarne il periodo.

4) Trovare tutti i valori reali della variabile x tali che $\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$.

5) Trovare tutti i valori reali della variabile x tali che

$$\frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} = \operatorname{tg} x.$$

6) Determinare il valore di $\operatorname{sen} x$, $\cos x$ e $\operatorname{tg} x$ per $x = 0$, $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$, π. Determinare altresì il valore di $\operatorname{sen} \frac{\pi}{2}$ e di $\cos \frac{\pi}{2}$.

Analisi Matematica I
prof. Antonio Greco
Limiti di funzioni

Esercizi

1) Indicato con ε un numero reale positivo arbitrario, stabilire se esiste un numero reale a tale che per ogni $x > a$ risulti
$$\frac{1}{x} \in (-\varepsilon, \varepsilon).$$

2) Indicata con $[x]$ la parte intera del numero reale x (cioè il più grande intero z tale che $z \leq x$), stabilire per quali numeri reali x sussiste la disuguaglianza
$$2^{[x]} \leq 2^x.$$

3) Trovare il limite $\lim_{x \to +\infty} 2^x$.

4) (Fuoco della parabola) Trovare un numero reale $y_0 > 0$ in modo tale che ogni punto P del grafico della funzione $y = x^2$ disti dal punto $(0, y_0)$ tanto quanto P stesso dista dalla retta di equazione $y = -y_0$.

Analisi Matematica I
prof. Antonio Greco
Limiti di funzioni (2)

Esercizi

Trovare i seguenti limiti:

1) $\lim_{x \to 5} \dfrac{x-1}{x-3}$

2) $\lim_{x \to 4} \sqrt{x+5}$

3) $\lim_{x \to -\infty} \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

4) $\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \operatorname{sen} x$

5) $\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} e^{\operatorname{sen} x}$

Analisi Matematica I
prof. Antonio Greco
Continuità di $\log y$

Esercizio

Indichiamo con $g(y) = \log y$ il logaritmo naturale di y, detto anche logaritmo neperiano ed indicato con $\ln y$. Sapendo che la funzione esponenziale $f(x) = e^x$ è strettamente crescente, e continua in ciascun punto $x_0 \in \mathbb{R}$, verificare che $g(y)$ è continua in ogni punto $y_0 > 0$.

• Strategia n. 1: fissato $\varepsilon > 0$, determinare $r > 0$ tale che per ogni $y \in (y_0 - r,\, y_0 + r)$ risulti

$$|\log y - \log y_0| < \varepsilon$$

(conviene togliere il valore assoluto e scrivere $\varepsilon = \log e^{\varepsilon}$) .

• Strategia n. 2: per la completezza dell'insieme $\mathbb{R}$ dei numeri reali, la funzione strettamente crescente $g(y)$ ammette limite

$$\lim_{y \to y_0^-} \log y = \ell \le \log y_0.$$

Se, per assurdo, fosse $\ell < \log y_0$, prenderemmo un $\overline{x} \in (\ell,\, \log y_0)$ e, posto $\overline{y} = e^{\overline{x}}$, avremmo $\log \overline{y} > \ell$ e $\overline{y} < y_0$. Ma questo non è possibile perché per $y \in (\overline{y}, y_0)$ si ha $\log y \ldots$

Analisi Matematica I
prof. Antonio Greco
Limiti notevoli

Esercizi

Trovare i seguenti limiti:

1) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} e^{-x} \operatorname{sen} x$

2) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{\operatorname{sen}^2 x}$ (suggerimento: moltiplicare per $\frac{1+\cos x}{1+\cos x}$)

3) $\displaystyle\lim_{x \to 0^+} \frac{1 - e^x}{1 - \cos x}$

4) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\log \cos x}{1 - 2e^x + e^{2x}}$

(suggerimento: posto $h = (\cos x) - 1$, moltiplicare per $\frac{h}{h}$)

Analisi Matematica I
prof. Antonio Greco
Def. della derivata

Esercizi

1) Applicando la definizione, trovare, se esiste, la derivata delle seguenti funzioni nel punto $x_0 = 0$.

   (a) La funzione costante $y = 3$;

   (b) $1 - 6x$;

   (c) $mx + q$, dove m e q sono due costanti;

   (d) x^2;

   (e) $\operatorname{sen} x$;

   (f) $\cos x$;

   (g) e^x;

   (h) $\log(x + 1)$;

   (i) $\sqrt{x}$;

   (j) $\sqrt{x + 1}$.

2) Per ciascuna delle funzioni dell'esercizio precedente, trovare, se esiste, l'equazione della retta tangente al grafico nel punto di ascissa $x_0 = 0$.

Analisi Matematica I
prof. Antonio Greco
Regole di derivazione

Esercizi

Stabilire in quali punti le seguenti funzioni sono derivabili, e scrivere le loro derivate:

1) $\sqrt{x}$;

2) $x^2 + x^{-1}$;

3) $x^3 \operatorname{sen} x$;

4) $x^{-1} \cos x$;

5) $\operatorname{tg} x$;

6) $\sqrt{1 - x}$;

7) $\sqrt{1 - x^2}$;

8) $\operatorname{sen}^2 x$;

9) $\cos^2 x$;

10) $\operatorname{sen} x^2$;

11) $\cos x^2$;

12) $e^{-\frac{1}{2}x^2}$;

13) $\log \left| \frac{x+2}{3-x} \right|$.

Esercizi

1) Trovare gli eventuali punti stazionari, detti anche punti critici, delle seguenti funzioni:

$$\sqrt{x}\,; \qquad x^2 + x^{-1}; \qquad \operatorname{tg} x;$$

$$\sqrt{1-x}\,; \qquad \sqrt{1-x^2}\,;$$

$$\operatorname{sen}^2 x; \qquad \cos^2 x; \qquad e^{-\frac{1}{2}x^2}; \qquad \log\left|\tfrac{x+2}{3-x}\right|;$$

$$\operatorname{arcsen} x; \qquad \arccos x; \qquad \operatorname{arctg} x.$$

2) Trovare gli eventuali punti di massimo, e gli eventuali punti di minimo delle seguenti funzioni:

$$x^2; \qquad x^3; \qquad \sqrt{x}\,; \qquad \sqrt[303]{x}\,;$$

$$|x|; \qquad \operatorname{sen} x; \qquad \cos x; \qquad \operatorname{tg} x;$$

$$e^x; \qquad \log x;$$

$$\operatorname{arcsen} x; \qquad \arccos x; \qquad \operatorname{arctg} x.$$

Esercizi

1) Trovare il più grande intervallo aperto in cui la funzione $f(x) = x \log x$ è crescente, e il più grande intervallo aperto in cui f è decrescente.

2) Trovare gli eventuali punti di massimo, e gli eventuali punti di minimo della funzione f dell'esercizio 1.

3) Trovare una funzione derivabile g che assume almeno due valori distinti e tale che $g'(x) = 0$ per ogni $x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$.

4) Trovare, se esiste, una funzione derivabile h che assuma tre o più valori a due a due distinti e tale che $h'(x) = 0$ per ogni $x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$.

Analisi Matematica I
prof. Antonio Greco
Regola di de l'Hôpital

Esercizi

1) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x} \qquad \lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{\sqrt{x}}$$

$$\lim_{x\to0^+} x\,\log x \qquad \lim_{x\to+\infty}\frac{\log x}{x}$$

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{e^x+\operatorname{sen}x}{2\,|x|^3} \qquad \lim_{x\to0}\frac{\log(1+x\,\operatorname{sen}x)}{1-\cos x}$$

2) Dimostrare o confutare la seguente affermazione: se f e g sono due funzioni derivabili tali che il limite

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{g(x)}$$

esiste, allora anche il limite

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$

esiste, e i due limiti hanno lo stesso valore.

Analisi Matematica I
prof. Antonio Greco
Studi di funzione

Esercizi

1) Tracciare il grafico delle seguenti funzioni:

$$f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$$

$$g(x) = \frac{x}{1-x}$$

$$h(x) = \sqrt{1+x^2}$$

2) Dimostrare o confutare la seguente affermazione: se una funzione $f\colon\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ è dispari, e la derivata seconda $f''(x)$ esiste per ogni $x\in\mathbb{R}$, è positiva per ogni $x>0$ ed è continua nel punto $x_0=0$, allora tale punto è un punto di flesso per f.

Esercizi

Se $f\colon (a,b) \to \mathbb{R}$ è una funzione dotata delle derivate di tutti gli ordini, la serie

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}\,(x-x_0)^k$$

si dice *serie di Taylor* associata alla funzione f con punto base $x_0 \in (a,b)$.

1) Scrivere la serie di Taylor associata alla funzione $f(x) = e^x$ con punto base $x_0 = 0$.

2) Trovare la somma di tale serie (suggerimento: usare la formula di Taylor con il resto di Lagrange).

Esercizi

Stabilire se le seguenti funzioni sono integrabili secondo Riemann sull'intervallo $[-1,1]$, ed in caso affermativo calcolarne l'integrale:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x = 0; \\ 1, & \text{se } x \neq 0. \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x > 0; \\ 0, & \text{se } x = 0; \\ -1, & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

$$h(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x = 0; \\ 1/x, & \text{se } x \neq 0. \end{cases}$$

Esercizi

Utilizzando la monotonia dell'integrale, stabilire quali delle seguenti disuguaglianze sono corrette:

$$\int_0^3 e^{-x^2}\,dx < 3$$

$$\int_2^e \frac{1}{\log x}\,dx > \frac{3}{5}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{sen} x}{x}\,dx < 2$$

Esercizi

1) Trovare una primitiva delle seguenti funzioni: (a) la funzione costante $f(x) = 0$; (b) la funzione costante $g(x) = 3$; (c) la funzione $h(x) = x$; (d) x^2; (e) $1/x$; (f) $1/\sqrt{x}$; (g) e^x; (h) $\operatorname{sen} x$; (i) $\cos x$; (j) $\cos 2x$ (suggerimento: usare la regola di derivazione della funzione composta); (k) $\cos^2 x$ (suggerimento: usare le formule di duplicazione).

2) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_{-7}^{43} 0\,dx; \qquad \int_{-7}^{43} 3\,dx; \qquad \int_0^{10} x\,dx.$$

$$\int_0^{-3} x^2\,dx; \qquad \int_{-2}^{-1} \frac{1}{x}\,dx; \qquad \int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx;$$

$$\int_0^{\pi} \operatorname{sen} x\,dx; \qquad \int_0^{\pi/2} \cos 2x\,dx; \qquad \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2 x\,dx.$$

3) Trovare (se esiste) un numero reale a tale che

$$\int_a^0 e^x\,dx = 1.$$

4) Stabilire se è ben definito l'integrale $\displaystyle\int_{-1}^1 \frac{1}{x}\,dx$ nel senso di Riemann, ed in caso affermativo determinarne il valore numerico.

5) Calcolare il limite $\displaystyle\lim_{\varepsilon\to 0^+} \left(\int_{-1}^{-\varepsilon} \frac{1}{x}\,dx + \int_{\varepsilon/e}^{1} \frac{1}{x}\,dx \right)$, dove con la lettera e si indica il numero di Nepero.

Esercizi

1) Fra tutte le funzioni $f\colon(-r,r)\to\mathbb{R}$, dispari e integrabili secondo Riemann sull'intervallo $(-r,r)$, $r>0$, stabilire quali soddisfano l'uguaglianza
$$\int_{-r}^{r} f(x)\,dx = 0$$
(suggerimento: effettuare la sostituzione $x=-t$).

2) Stabilire se il seguente integrale è ben definito nel senso di Riemann, ed in caso affermativo calcolarne il valore numerico:
$$\int_{-4}^{-3} \frac{1}{2x+7}\,dx.$$

3) Calcolare i seguenti integrali:
$$\int_{-3}^{4} \frac{1}{2x+7}\,dx; \qquad \int_{-3}^{0} e^{2-x/3}\,dx;$$
$$\int_{0}^{2} \left|\frac{3-x}{2x+1}\right| dx; \qquad \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \frac{2}{3+x^2}\,dx;$$
$$\int_{-2/3}^{2/3} \sqrt{2-3x}\,dx; \qquad \int_{7-\pi}^{7+\pi} \cos(2x+7)\,dx.$$

4) Calcolare l'area del semicerchio Ω individuato nel piano xy dalle seguenti disuguaglianze:
$$\begin{cases} x^2+y^2\le 1,\\ y\le 0. \end{cases}$$

Esercizi

Calcolare i seguenti integrali:
$$\int_{-1}^{1} x\,e^x\,dx; \qquad \int_{-\pi}^{\pi} x\ \mathrm{sen}\,x\,dx;$$
$$\int_{0}^{2\pi} \mathrm{sen}\,x\cos x\,dx; \qquad \int_{-\pi}^{\pi} e^x\ \mathrm{sen}\,x\,dx;$$
$$\int_{-1}^{1} x^2\,e^x\,dx; \qquad \int_{1}^{e} \log x\,dx; \qquad \int_{0}^{1} \mathrm{arctg}\,x\,dx;$$
$$\int_{0}^{2\pi} \mathrm{sen}\,nx\cos kx\,dx \quad \text{con } n,k\in\mathbb{N}.$$