FONDAMENTI DI MECCANICA E BIOMECCANICA [IN/0165]

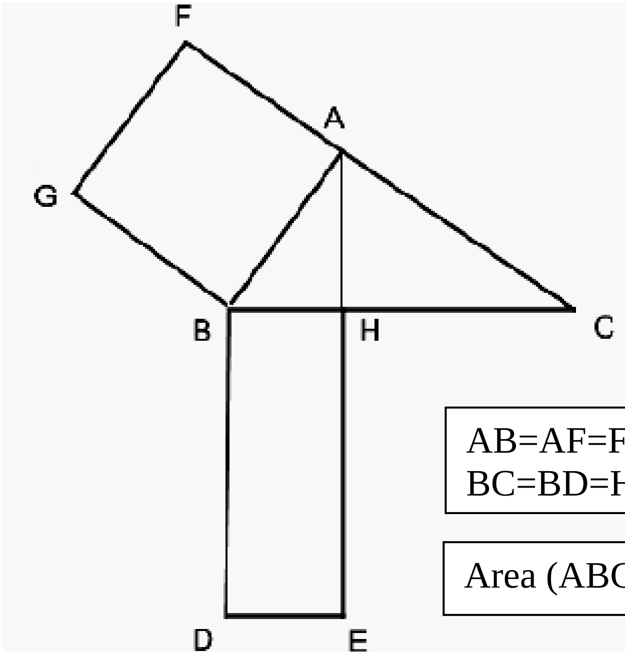
Lezione del 06 ottobre 2017.
Ripasso geometria piana

Titolo:
Geometria piana, teoremi sui triangoli.

Contenuti:
Primo teorema di Euclide.
Teorema di Pitagora.
Secondo teorema di Euclide.
Teorema del coseno.
Teorema dei seni.

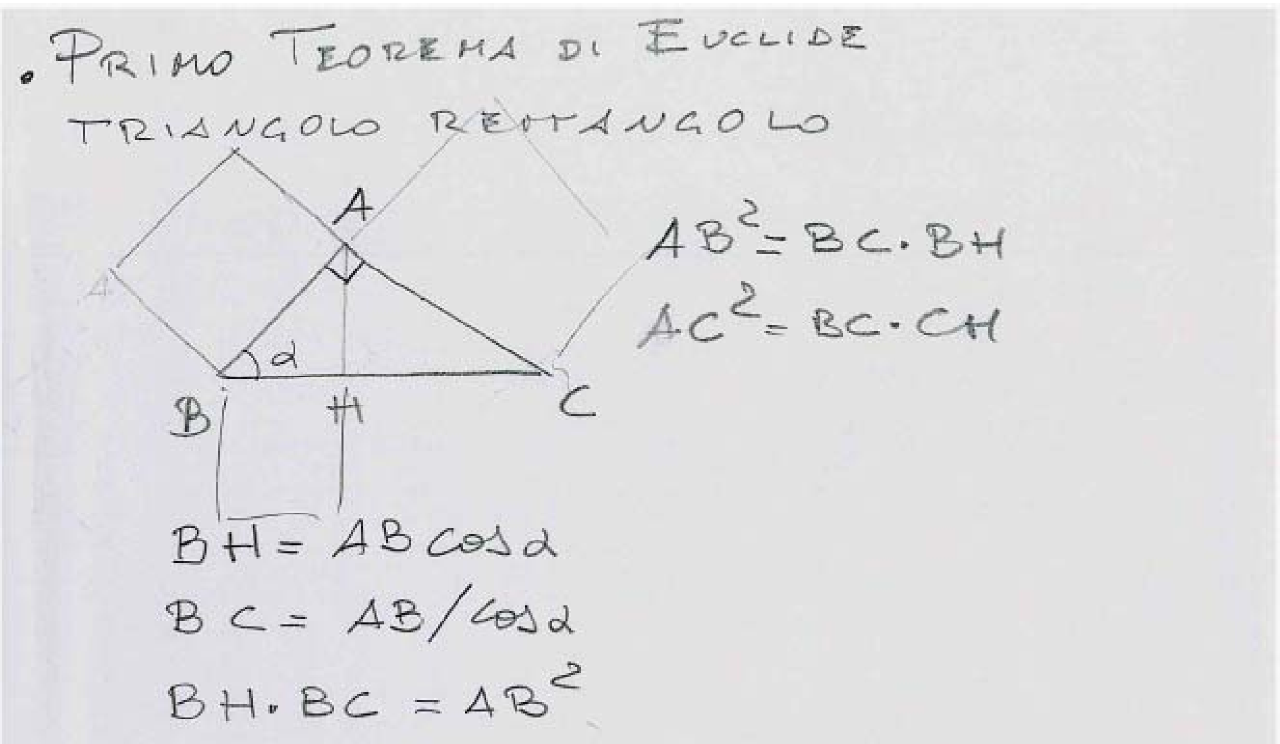
Primo teorema di Euclide

In un triangolo rettangolo il quadrato costruito su un cateto è equivalente al rettangolo che ha per lati l'ipotenusa e la proiezione del cateto sull'ipotenusa stessa.



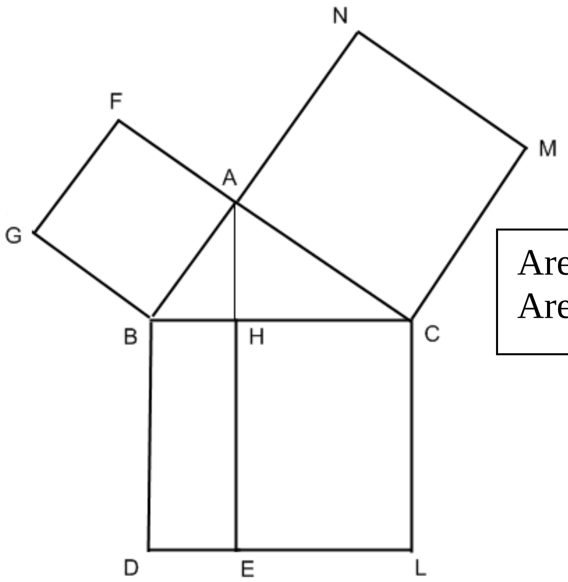
AB=AF=FG=GB
BC=BD=HE

Area (ABGF)=Area (BHED)



Teorema di Pitagora

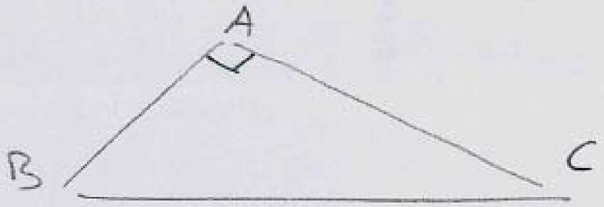
In un triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui due cateti.



Area (ABFG+ACMN)=
Area (BCLD)

• TEOREMA DI PITAGORA

TRIANGOLO RETTANGOLO



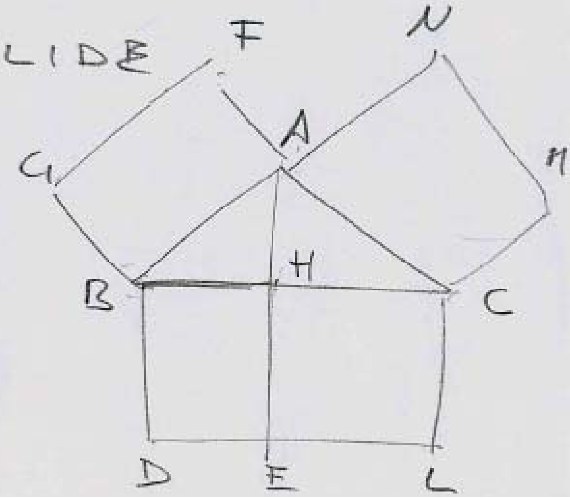
$AB^2 + AC^2 = BC^2$

CON IL I DI EUCLIDE

ABGF = BHED

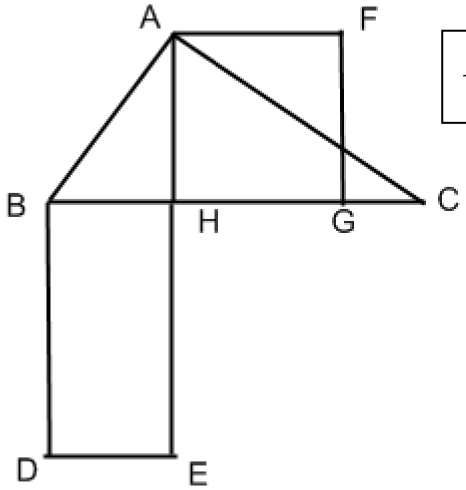
ACMN = HELC

ABGF + ACMN = BCKL



Secondo teorema di Euclide

In un triangolo rettangolo il quadrato costruito sull’altezza relativa all’ipotenusa è equivalente al rettangolo che ha per lati le proiezioni dei cateti sull’ipotenusa.

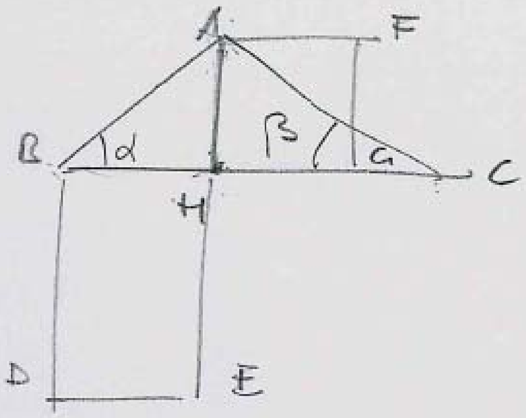


Area (AFGH)=Area (BDEH)

AH=HG=GF=AF
HE=HC=BD

• SECONDO TEOREMA DI EUCLIDE

TRIANGOLO RETTANGOLO



$AHFG = BH \cdot CH$

$AH = BH \, tg \, \alpha$

$AH = CH \, tg \, \beta$

$\alpha + \beta = 90°$

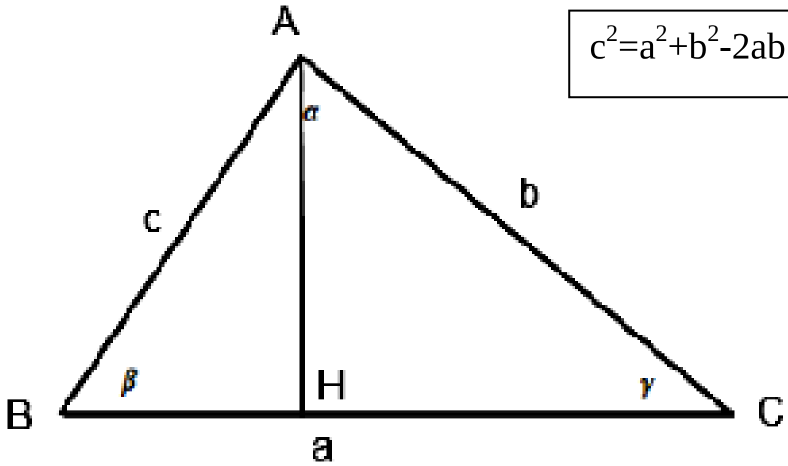
$tg \, \alpha = \frac{1}{tg \, \beta} = ctg \, \beta$

$AH \cdot AH = BH \cdot CH$

Teorema del coseno

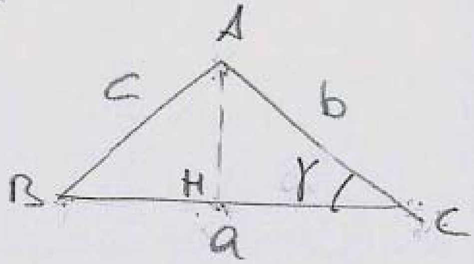
Dato un triangolo qualsiasi, siano a e b la misura di due suoi lati e sia γ l'angolo tra essi compreso: il quadrato del terzo lato è dato da

$$\boxed{c^2=a^2+b^2-2ab\cos(\gamma)}$$



• TEOREMA DEL COSENO
TRIANGOLO QUALSIASI

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$



•• γ ACUTO

<u>ACH</u> $\perp H$

$$CH = b\cos\gamma$$

PIT $AH^2 = AC^2 - CH^2 = b^2 - b^2\cos^2\gamma$

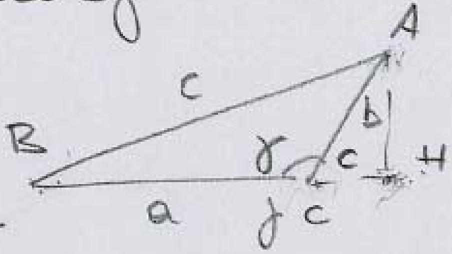
<u>ABH</u> $\perp H$

$$BH = BC - CH = a - b\cos\gamma$$

PIT $AB^2 = c^2 = AH^2 + BH^2 = b^2 - b^2\cos^2\gamma + (a - b\cos\gamma)^2$

$= b^2 - b^2\cos^2\gamma + a^2 + b^2\cos^2\gamma - 2ab\cos\gamma$

$a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$



•• γ OTTUSO

<u>ACH</u> $\perp H$

$$CH = b\cos(\pi - \gamma) = -b\cos\gamma$$

PIT $AH^2 = AC^2 - CH^2 = b^2 - b^2\cos^2\gamma$

AHB $\perp H$

$$BH = BC + CH = a - b\cos\gamma$$

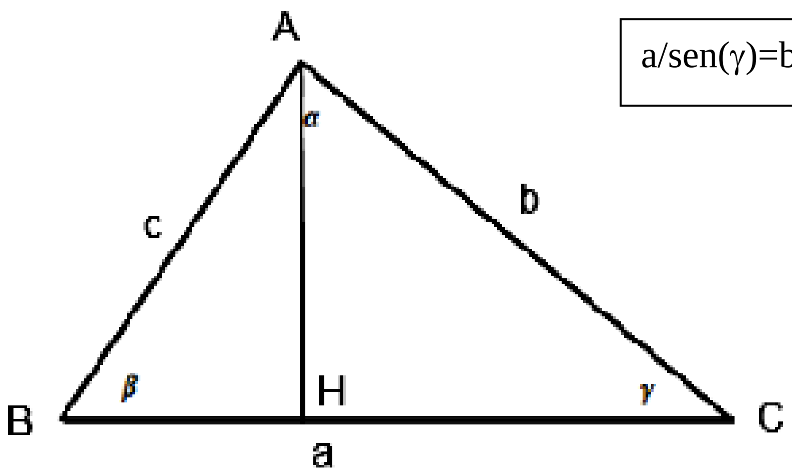
PIT $AB^2 = c^2 - AH^2 + BH^2 = b^2 - b^2\cos^2\gamma + (a - b\cos\gamma)^2 =$

$= b^2 - b^2\cos^2\gamma + a^2 + b^2\cos^2\gamma - 2ab\cos\gamma =$

$= a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$

Teorema dei seni

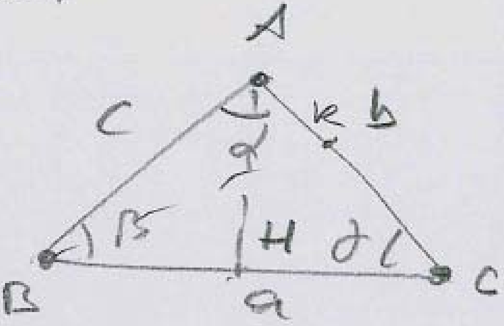
Dato un triangolo, indicati i lati e gli angoli con la convenzione espostasopra, si ha:



$a/\text{sen}(\gamma)=b/\text{sen}(\beta)=a/\text{sen}(\alpha)$

- TEOREMA DEI SENI

TRIANGOLO QUALSIASI



- - ACUTANGOLO

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

$AH = c \sin\beta$

$AH = b \sin\gamma$

$c \sin\beta = b \sin\gamma$

$$\frac{c}{\sin\gamma} = \frac{b}{\sin\beta} \ \text{---}$$

- - OTTUSANGOLO

$AH = c \sin(\pi - \beta)$ SU $\triangle ABH$

$AH = b \sin\gamma$ SU $\triangle ACH$

$c \sin(\pi - \beta) = c \sin\beta$

$c \sin\beta = b \sin\gamma$

$$\frac{c}{\sin\gamma} = \frac{b}{\sin\beta}$$