FONDAMENTI DI MECCANICA E BIOMECCANICA [IN/0165]

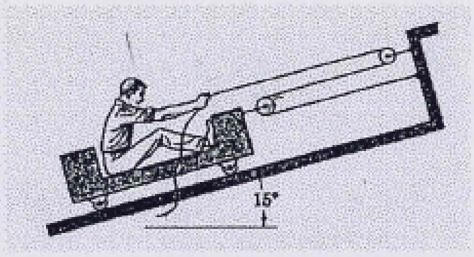
Lezione del 2, 3 novembre 2017.

Titolo:
Esercizi di ricapitolazione su Cinematica e Dinamica.

Contenuti:
Slitta su piano inclinato, movimentata da azione umana di passeggero a bordo della slitta stessa, con trasmissione della forza di azionamento e movimentazione con sistema di flessibili e pulegge fisse e mobili.
Quadrilatero articolato, analisi e calcolo di velocità ed accelerazioni dei corpi del meccanismo.
Moto di una slitta abordo di piattaforma girevole: analisi del moto e dei moti relativi: calcolo di velocità ed accelerazioni.

2-3 x1 17

L'uomo e il carrello rappresentati in figura stanno risalendo il piano inclinato di *15°*. La massa complessiva uomo+carrello è di *100 kg*.
Trascurando gli attriti e le masse della fune e delle pulegge, determinare la forza di trazione che l'uomo deve esercitare sulla fune per mantenere il carrello fermo.
Determinare inoltre l'accelerazione del carrello quando la forza di trazione sulla fune è pari a *250 N*.



Rsposte:
[F= 84.6 N; a=4.96 m/s^2]

Diagrammi di corpo libero di
I) carrello e persona;
II) puleggia mobile;
III) puleggia fissa.

$V_B - V_A = a t^*$
$S = \frac{a t^{*2}}{2} + V_A t^*$

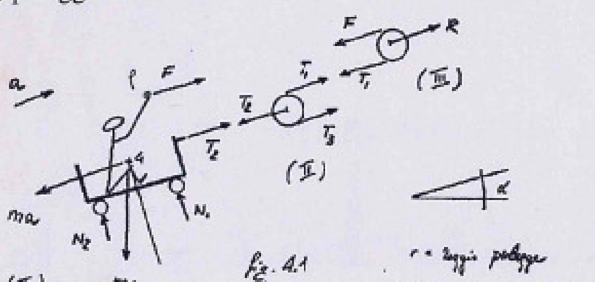


fig. 4.1

r = raggio pulegge
m = massa sistema I

Da III si ha : $\sum M_{centro} = 0 \quad \Rightarrow Fr = T_1 r \quad \Rightarrow F = T_1$

Da II si ha : $\sum M_{centro} = 0 \quad \Rightarrow T_1 r = T_3 r \quad \Rightarrow T_3 = T_1 = F$

$\sum F = 0 \quad \Rightarrow T_2 = T_1 + T_3 = 2F$

Da I, per l'equilibrio alla traslazione in direzione parallela al piano si può scrivere:

$T_2 - ma - mg\sin\alpha + F = 0 \quad (1)$

In condizione di equilibrio statico (o velocità costante): $a = 0$
Dall'equazione 1 segue:

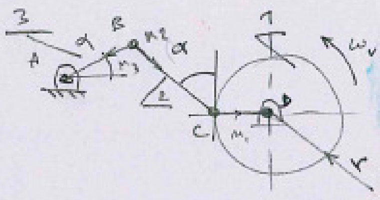
$T_2 - mg\sin\alpha + F = 0$
$3F - mg\sin\alpha = 0$
$F = 84.6\ N$

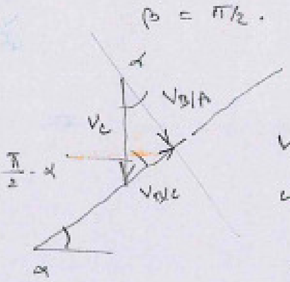
$a = cost. = dv/dt$
$v = v_0 + at$
$s = \frac{at^2}{2} + v_0 t.$

Se $F = 250N$, l'accelerazione a risulta:

$$a = \frac{2F - mg\sin\alpha + F}{m} = 4.96\ m/s^2$$

2.1 QUADRILATERO ARTICOLATO





$\beta + \left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) + \alpha = \pi$

$\beta = \pi/2.$

DATI:

$\omega_v = 100$ giri/min

$\overline{AB} = 0.45m$

$\overline{BC} = 0.36m$

$\overline{CD} = 0.25m$

$\alpha = 15°$

$V_C = \omega_v \cdot r = 2.618$ m/s

$V_B = \cancel{V_A}^{0} + V_{B/A} = V_C + V_{B/C}.$

$\omega_v = 100 \cdot \frac{2\pi}{60} = 10.47 \frac{rad}{s}.$

$V_C \cdot c_\alpha = V_{B/A} = \omega_3 \overline{AB}$

$\omega_3 = \frac{V_C \cdot c_\alpha}{\overline{AB}} = 5.62$ rad/s OR.

$V_C \cdot s_\alpha = V_{B/C} = \omega_2 \overline{BC}$

$\omega_2 = \frac{V_C\, s_\alpha}{\overline{BC}} = 1.88$ rad/s OR.

$a_C = \omega_v^2\, r\, \hat{n}_1$

$a_B = \cancel{a_A}^{0} + a_{B/A} = \omega_3^2\, \overline{AB}\, \hat{n}_3 + \dot{\omega}_3\, \overline{AB}\, \hat{t}_3$

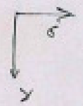
$a_B = a_C + a_{B/C} = \omega_v^2\, r\, \hat{n}_1 + \omega_2^2\, \overline{BC}\, \hat{n}_2 + \dot{\omega}_2\, \overline{BC}\, \hat{t}_2$

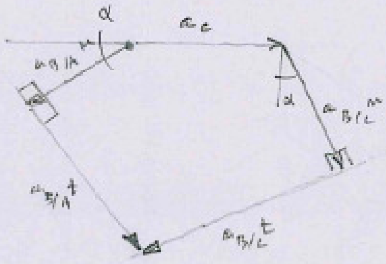
$\omega_v = cost = \frac{d\theta}{dt}; \int_0^\theta d\theta = \int_0^t \omega_v\, dt$

$\theta = \omega_v t$

$\theta = 2\pi : t = \bar{t}$

$\frac{2\pi}{\omega_v} = \bar{t} = \frac{\cancel{2\pi} \cdot 60}{100 \cdot \cancel{2\pi}} = 0.6\, s.$





σ: Y_1 X_1 Y_2 X_2

$\omega_v^2 r + (\omega_2^2 BC) \cdot s_\alpha - (\dot{\omega}_2 BC) \cdot c_\alpha = -(\omega_3^2 AB) \cdot c_\alpha + (\dot{\omega}_3 AB) s_\alpha$

γ:

$(\omega_2^2 BC) \cdot c_\alpha + (\dot{\omega}_2 BC) \cdot s_\alpha = (\omega_3^2 AB) \cdot s_\alpha + (\dot{\omega}_3 AB) \cdot c_\alpha$

. . . .

$\omega_v^2 r + Y_1 \cdot s_\alpha - X_1 \cdot c_\alpha = -Y_2\, c_\alpha + X_2\, s_\alpha$

$Y_1 \cdot c_\alpha + X_1\, s_\alpha = Y_2\, s_\alpha + X_2\, c_\alpha$

$\omega_v^2 r + Y_1\, s_\alpha + Y_2\, c_\alpha = X_1\, c_\alpha + X_2\, s_\alpha$

$Y_1\, c_\alpha - Y_2\, s_\alpha = -X_1\, s_\alpha + X_2\, c_\alpha$

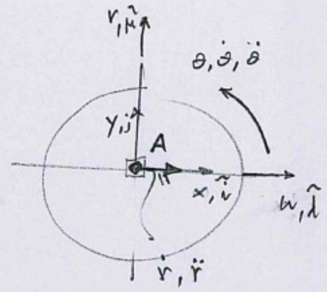
$b = A\, X$

$b = \begin{pmatrix} \omega_v^2 r + Y_1 s_\alpha + Y_2 c_\alpha \\ Y_1 c_\alpha - Y_2 s_\alpha \end{pmatrix};\ A = \begin{pmatrix} c_\alpha & s_\alpha \\ -s_\alpha & c_\alpha \end{pmatrix};\ X = \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_2 \end{pmatrix} =$

$20.69 : \dot{\omega}_2 = 113.03 \frac{m}{s^2}$ AOR.

$8.37 : \dot{\omega}_3 = 18.60 \frac{rad}{s^2}$ OR.

MOTO RELATIVO.

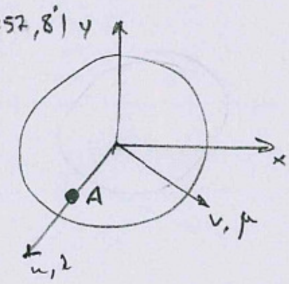


$$t=0 \quad \begin{cases} \dot{\vartheta} = \dot{r} = 0 \\ \ddot{\vartheta} = 1 \frac{rad}{s^2} = cost \\ \ddot{r} = 2\, m/s^2 = cost. \end{cases}$$

$$t = 3s \quad \left[\begin{array}{l} V = V_0 + at \\ S = \frac{at^2}{2} + V_0 t + S_0 \end{array} \right]$$

$$r = r_0 + \dot{r}_0 t + \frac{1}{2} \ddot{r} t = 9\, m$$

$$\theta = \vartheta_0 + \dot{\theta}_0 t + \frac{1}{2} \ddot{\vartheta} t = 4.5\ rad. \ (257{,}8°)$$

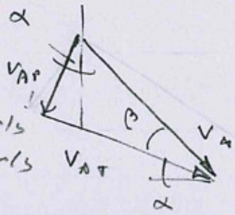


$$\vec{V_A} = \vec{V_{Ar}} + \vec{V_{AT}}$$

$$V_{Ar} = \dot{r}\hat{\lambda} \ ; \ \dot{r} = \dot{r}_0 + \ddot{r} t = 6\, m/s$$

$$V_{At} = r\dot{\vartheta}\hat{\mu} \ ; \ \dot{\vartheta} = \dot{\vartheta}_0 + \ddot{\vartheta} t = 3\, rad/s.$$

$$V_A = \sqrt{V_{Ar}^2 + V_{At}^2} = 27.66\, m/s$$



$$\alpha = 270 - 257.8 = 12.17°$$

$$\beta = tg^{-1}\left(\frac{V_{Ar}}{V_{At}}\right) = 12.53°$$

$$V_{Ax} = V_A \cdot \cos(\beta + \alpha) = 25.13\, m/s$$

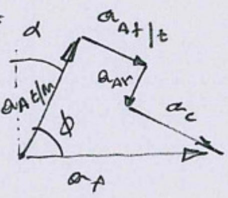
$$V_{Ay} = V_A \cdot \sin(\beta + \alpha) = 11.56\, m/s$$

$$\vec{V_A} = 25.13\,\hat{i} - 11.56\,\hat{j}.$$

$$\bar{a}_A = \bar{a}_{AR} + \bar{a}_{At} + \bar{a}_c = \ddot{r}\hat{\lambda} + \dot{\vartheta}^2 r(-\hat{\lambda}) + \ddot{\vartheta} r \hat{\mu} + 2\dot{\vartheta}\dot{r}\hat{\mu}$$

$$a_A = \sqrt{(a_{At|t} + a_c)^2 + (a_{At|m} - a_{Ar})^2} =$$

$$= 90.92\, m/s^2$$



$$\phi = tg^{-1}\left(\frac{a_{At|t} + a_c}{a_{At|m} - a_{Ar}}\right) = 29.67$$

$$\alpha + \phi = 41.84.$$

$$a_{Ax} = 60.65\, m/s^2$$

$$a_{Ay} = 67.74\, m/s^2$$

$$\vec{a_A} = 60.65\,\hat{i} + 67.74\,\hat{j}.$$