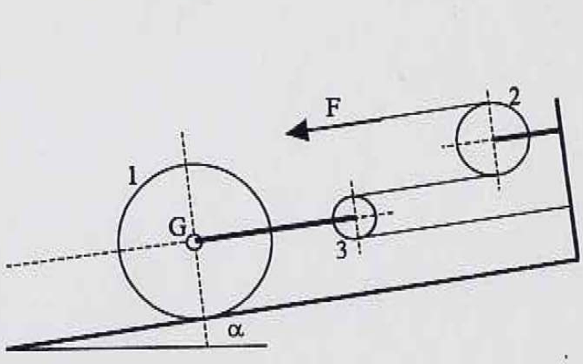
ESERCIZIO 2

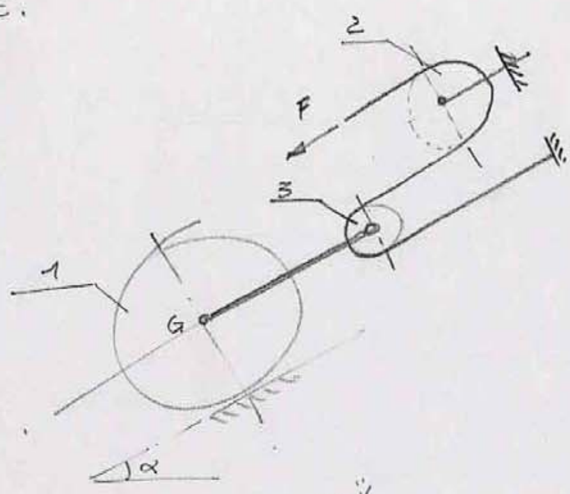
Il disco 1 di massa M_1 uniformemente distribuita rispetto al baricentro G è tirato dalla forza F tramite il sistema di pulegge 2, 3 di masse trascurabili come mostrato in figura. Il sistema è inizialmente fermo.



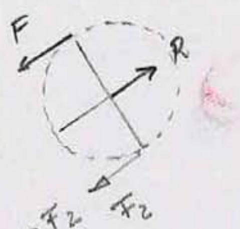
Dati:

α=15° angolo d'inclinazione del piano rispetto all'orizz.
M_1=50kg massa del disco 1;
R_1=0.5m raggio del disco1;
R_2=R1/2 raggio della puleggia 2;
R_3=R1/4 raggio della puleggia 3;
F=250N forza applicata;
f_a=0.4 coeff. d'aderenza rullo-piano inclinato;
f=0.35 coeff. d'attrito rullo-piano inclinato;
t=1s tempo.

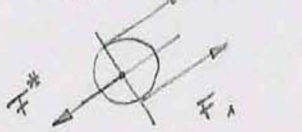
E.

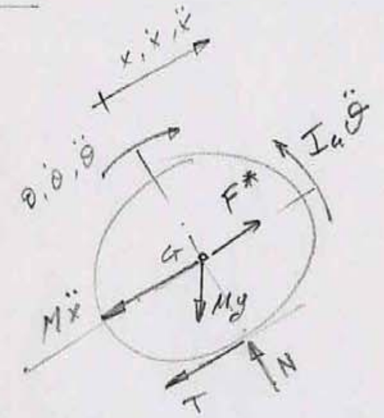


P.2



P.3





INCOGNITE:

$F_2, F_1, F^*, T, N, \ddot{x}, \ddot{\vartheta}$

Eq.:
7

P.2

$F \cdot R_3 = F_2 \cdot R_2$

P.3

$F_2 + F_1 = F^*$

$F_2 \cdot \cancel{R_3} = F_1 \cdot \cancel{R_3}$

Rullo

$F^* - Mg\sin\alpha - T - M\ddot{x} = 0$

$Mg\cos\alpha - N = 0$

$T \cdot R_1 = I_G \ddot{\vartheta}$

ROT. PURO IPOTESI

$\ddot{x} = R\ddot{\vartheta}$

DA VERIFICARE CON

$T \le f_a N$

$F_0 = F_1 = F_2$

$2F = F^*$

$2F - Mg\sin\alpha - T = M\ddot{x}$

$$T = \frac{I_a \ddot{\theta}}{R} = \frac{I_a}{R}\cdot\frac{\ddot{x}}{R_1} = \frac{M\cancel{R^2}}{2\cdot\cancel{R^2}}\cdot\ddot{x} = \frac{M\ddot{x}}{2}$$

$2F - Mg\sin\alpha = \frac{3}{2}\cdot M\cdot\ddot{x}$

$(2F - Mg\sin\alpha)\frac{2}{3M} = \ddot{x} = 4.97\ \frac{m}{s^2}$

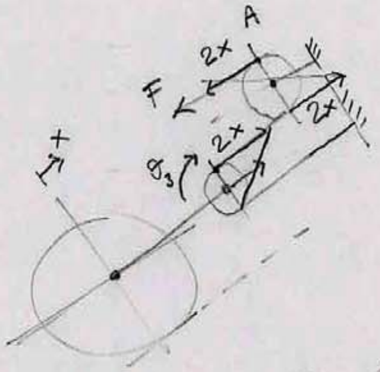
$\ddot{\theta} = \frac{\ddot{x}}{R_1} = 9.95\ \frac{rad}{s^2}$

$T = \frac{M\ddot{x}}{2} = 124.3\,N$ $\qquad \frac{T}{N} = 0.26 < f_e$ ok

$N = 473.8\,N$

$$L_e = \Delta E_c + \Delta E_{p_g} + \cancel{\Delta E_{pe}}$$

$$L_e = \int_S \vec{F}\cdot d\vec{S}_A = 2Fx$$

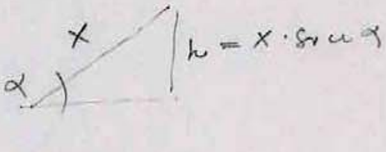


$x = ?$

$\ddot{x} = \text{cost.}$

$\dot{x} = \ddot{x}t + \dot{x}_0$

$x = \frac{\ddot{x}t^2}{2} + \dot{x}_0\cdot t$



sist. iniz. fermo

$\dot{x}_0 = 0$

$x = \frac{\ddot{x}t^2}{2} = 2.48\ m$

$L_e = 1.24\ kJ$

$$\Delta E_c + \Delta E_{p_g} = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}I_a\dot{\theta}^2 + Mg\,x\sin\alpha$$

$\dot{x} = \ddot{x}t$

$\dot{\theta} = \ddot{\theta}t = \frac{\ddot{x}}{R_1}\cdot t$

da cui

$t = 1$

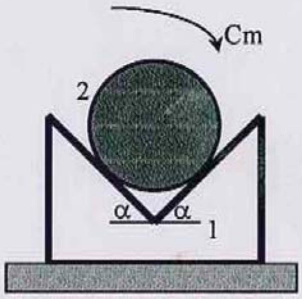
$$\Delta E_c + \Delta E_{p_g} = \frac{1}{2} M \ddot{x}^2 + \frac{1}{2}\,\frac{M \cancel{R}^2}{2}\cdot\frac{\ddot{x}^2}{\cancel{R}^2} + M g x \sin\alpha$$

$$= \frac{1}{2} M \ddot{x}^2 + \frac{1}{4} M \ddot{x}^2 + M g \frac{\ddot{x}}{2} \sin\alpha$$

$$= \frac{2+1}{4} M \ddot{x}^2 + \frac{M g}{2} \ddot{x} \sin\alpha$$

$$= \frac{3}{4} M \ddot{x}^2 + \frac{M g}{2} \ddot{x} \sin\alpha = 1{,}24 \text{ kJ}$$

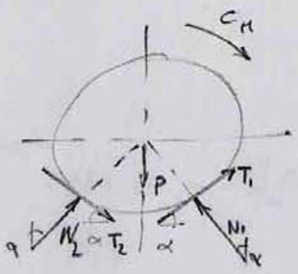
Esercizio 2
Un sopporto a "V" (1) sostiene un albero pesante (2), a cui è applicato un momento motore orario Cm. L'albero è un cilindro omogeneo.



Dati:
M2=100kg massa dell'albero rotante (2);
α=45° inclinazione dei piani del sopporto (1) dove si trova il corpo (2);
R=0.1m raggio dell'albero (2);
f=0.1 coefficiente di attrito tra albero (2) e sopporto (1);
fa=0.2 coefficiente di aderenza tra albero (2) e sopporto (1);
Δt=10s tempo.

Si chiede di:
1. disegnare i diagrammi di corpo libero dell'albero (2), sia in condizioni di spunto, sia in presenza di accelerazione angolare;
2. calcolare il modulo della coppia motrice necessaria allo spunto;
3. calcolare l'energia dissipata nel tempo Δt trascorso dalla partenza del sistema, supponendo di applicare all'albero un momento motore doppio di quello necessaria allo spunto, partendo da una condizione di quiete.

E.1



$C_M = (T_1 + T_2) R.$

$N_1 \cdot c_\alpha + N_2 \cdot c_\alpha + T_1 s_\alpha - T_2 s_\alpha - P = 0$

$N_2 \cdot s_\alpha + T_2 c_\alpha + T_1 \cdot c_\alpha - N_1 \cdot s_\alpha = 0$

$T_1 = f_a N_1$

$T_2 = f_a N_2.$

$C_M = (T_1 + T_2) R = f_a (N_1 + N_2) R = 21.58\ Nm.$

$N_1 c_\alpha + f_a N_1 s_\alpha + N_2 c_\alpha - f_a N_2 s_\alpha = P$

$N_1 \underbrace{(c_\alpha + f_a s_\alpha)}_{A} + N_2 \underbrace{(c_\alpha - f_a s_\alpha)}_{B} = P$

$N_2 s_\alpha + f_a N_2 c_\alpha + f_a N_1 c_\alpha - N_1 s_\alpha = 0$

$N_2 \underbrace{(f_a c_\alpha + s_\alpha)}_{A} = N_1 \underbrace{(s_\alpha - f_a c_\alpha)}_{B}$

$N_2 \cdot A = N_1 \cdot B \ : \ N_1 = N_2 \cdot A / B = 647.4\ N.$

$N_1 \cdot A + N_2 B = P$

$\frac{N_2 A}{B} \cdot A + N_2 = P \ : \ N_2 \underbrace{\left(\frac{A^2}{B} + 1 \right)}_{C} = P \ : \ N_2 = \frac{P}{C} = 431.6\ N$

$L_{NC} + L_C = \Delta E$

calcolo 1.

$C_d = T_1 R + T_2 R.$

$L_{NC} = - \int C_d \, d\theta = - 35.7\ J.$

$\ddot\theta = c$

$\dot\theta = \ddot\theta t + \cancel{\dot\theta_0} \ : \ \dot\theta^* = 639.7\ rad/s$

$\theta = \frac{\ddot\theta t^2}{2} + \cancel{\dot\theta_0 t} \ : \ \theta = 3198.5\ rad.$

calcolo 2.

$L_{NC} = \Delta E - L_C = \frac{1}{2} I \dot\theta^{*2} - C'_M \theta^*$

$= - 35.7 \cdot 10^3\ J$

$C'_M - T_1 R - T_2 R - I \ddot\theta = 0 \qquad T_i = f N_i \quad i = 1, 2.$

$N_1 A' + N_2 B' = P$

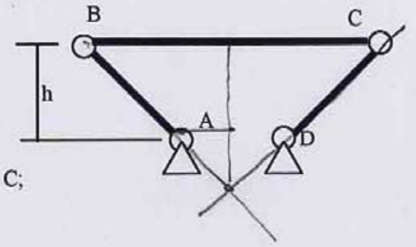
$N_2 A' = N_1 B' \ : \ N_2 = 502.9\ N \ : \ T_2 = 50.3\ N$

$N_1 = 614.6\ N. \ : \ T_1 = 61.5\ N$

$\ddot\theta = \frac{1}{I} \left[2 C_M - f R (N_1 + N_2) \right] = 63.97 \frac{rad}{s^2}$

Esercizio 1

Il quadrilatero articolato ABCD ha il braccio AB rotante a velocità ω_1 angolare costante antioraria.
il braccio BC è orizzontale all'istante considerato.



Dati

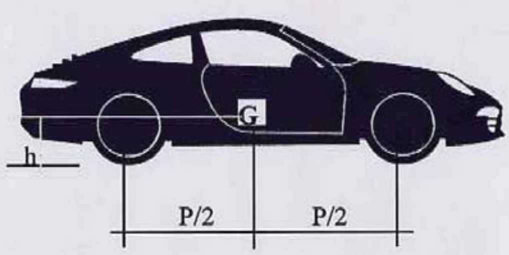
AD=AB=CD=1m lunghezza
BC=2m lunghezza
ω_1=1 rad/s velocità angolare costantedella manovella AB;
t=0,1s tempo.

Si chiede di calcolare

1. la velocità angolare del braccio CD e la velocità del punto C;
2. L'accelerazione del punto C
3. la quota h dopo un tempo t dall'istante iniziale

Esercizio 2

Un'automobile, dotata di dispositivo ABS (sistema anti-bloccaggio) su tutte le quattro ruote, effettua una fase di frenatura in condizioni di aderenza limite, da una velocità iniziale V0 fino ad arrestarsi.
Il baricentro G dell'intera automobile si trova, in orizzontale, a metà del passo e ad una quota h da terra. Le ruote hanno massa trascurabile.

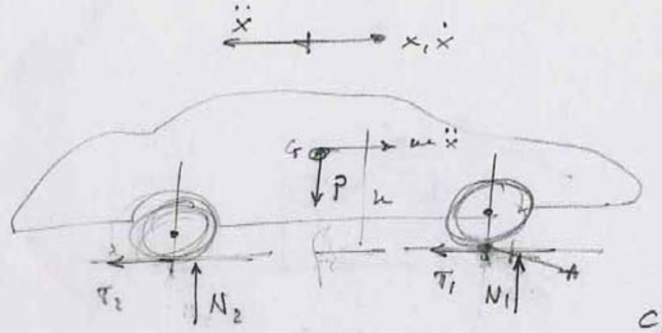


Dati:

V0=250km/h velocità di inizio frenatura;
M=1000kg massa dell'automobile;
fa=0.4 coefficienti di aderenza ruota-strada;
r=0.25m raggio delle ruote;
P=2m passo dell'automobile;
h=0.5m quota del baricentro da terra;
u=1cm parametro di attrito volvente.

Si chiede di:

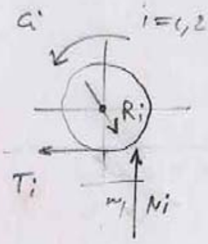
1. disegnare il diagramma di corpo libero dell'automobile e delle ruote;
2. calcolare l'accelerazione dell'automobile, il tempo necessario per arrestarsi e la coppia frenante su ciascuna delle ruote;
3. calcolare l'energia dissipata al contatto ruote-strada, nell'intera fase di frenatura e lo spazio di frenatura.



$C_1 = T_1 h - N_1 u = 529.7\ Nm$

$c_2 = 353.16\ Nm.$

$c_i\ (i=1,2)\ T_i,\ N_i,\ \ddot{x} = 7$



$i=1,2.$ $N_i u + C_i = T_i R$

$T_1 + T_2 = m\ddot{x}$

$N_1 + N_2 = P$: $N_1 = P - N_2 = 5886 N.$

$m\ddot{x} h - P\cdot(p/2 + u) + N_2 \cdot p = 0.$

$T_i = f_a N_i$ $\quad T_1 = 2.35\ kN$

$T_2 = 1.57\ kN.$

7 eqs

$f_a(N_1 + N_2) = m\ddot{x}$: $f_a P = m\ddot{x}$; $\ddot{x} = f_a P/m = f_a \cancel{m} g/\cancel{m} = 3.92\ m/s^2$

$N_2 = \frac{P\cancel{p}/2}{\cancel{p}} - \frac{m\ddot{x} h}{p} = 3924\ N$

. Ed

$\underbrace{\cancel{L_e}}_{0} + L_{NC} = \Delta E = \frac{1}{2} m v_0^{*2}$

$= 2.408\cdot 10^6\ J.$

$\dot{x}_0 = 250\ km/h = 69.4\ m/s$

$s = 614.5\ m.$

$\ddot{x} = c$

$\dot{x} = -\ddot{x} t + \dot{x}_0$

$0 = -\ddot{x} t^* + \dot{x}_0$: $t^* = \frac{\dot{x}_0}{\ddot{x}}$

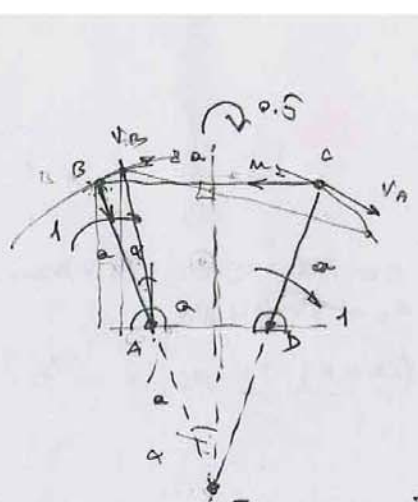
$x = -\frac{\ddot{x} t^2}{2} + \dot{x}_0 t$

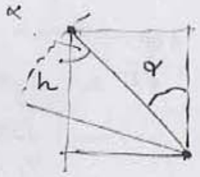
$s = -\cancel{\ddot{x}} \frac{\dot{x}_0^2}{2\ddot{x}^{\cancel{2}}} + \frac{\dot{x}_0^2}{\ddot{x}} = \frac{1}{2}\frac{\dot{x}_0^2}{\ddot{x}}$

$N_1 + N_2[\ ]\cdot u)\,\theta^* = L'_{NC} = 2.4113\cdot 10^5\ J.$ $\quad \theta^* = \frac{s}{R}$

L''_{NC} : $L'_{NC} + L''_{NC} = L_{NC}$

$L''_{NC} = (C_1 + C_2)\,\theta^* = 2.17\cdot 10^6\ J$





$h = a \cdot c_\alpha$

$IB \cdot s_\alpha = a$

$IB = 2a$

$IA \cdot s_\alpha = \frac{a}{2}$

$2a \cdot s_\alpha = a$; $s_\alpha = 1/2$; $\alpha = 30°$

$\frac{IB}{IA} = \frac{\cancel{a}\,2}{\cancel{a}}$: $IB = 2\,IA$

$\omega_1 \cancel{a} = V_B = \omega_2\, IB = \omega_2\, 2a$

$\omega_2 = \frac{\omega_1}{2} = 0.5$ rad/s

$AB = IB - IA =$

$a = 2\,IA - IA = IA$

$V_A = \omega_2 \cdot 2a = \omega_3 a = \omega_1$

$a_C = a_B + a_{C/B} = a_{C/D}$

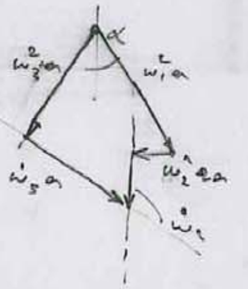
$a_B = \omega_1^2 a\, \hat{n}_1 = 1\, m/s^2$

$a_{C/B} = \omega_2^2\, 2a\, \hat{n}_2 + \dot{\omega}_2\, 2a\, \hat{t}_2$

$= \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot 1/2\, \hat{n}_2$

$a_{C/D} = \omega_3^2 a\, \hat{n}_3 + \dot{\omega}_3 a\, \hat{t}_3$

$1\, m/s^2$



↓

$\omega_1^2 a \cdot c_\alpha + \dot{\omega}_2\, 2a = \omega_3^2 a \cdot c_\alpha + \dot{\omega}_3 a \cdot s_\alpha$

→

$\omega_1^2 a \cdot s_\alpha - \omega_2^2\, 2a = -\,\omega_3^2 a \cdot s_\alpha + \dot{\omega}_3 a\, c_\alpha$

$\alpha' = \pi/6 + 0.1 = 0.6236$ rad

$\alpha + \Delta\alpha = \alpha'$

$a \cdot s_{\alpha'} = h'$

$0.584\, m = a \cdot \sin(\alpha + \Delta\alpha) = h'$

$\Delta\alpha = \omega_1 \Delta t = 0.1$ rad