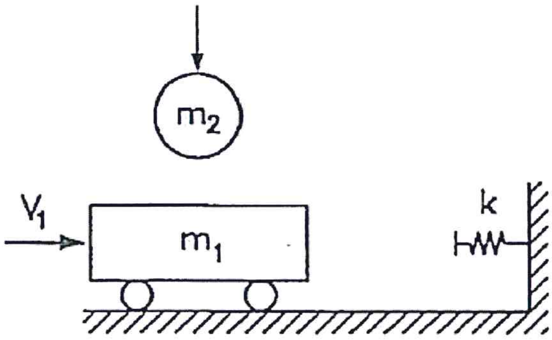
Un carrello di massa m_1=130 kg si muove con una velocità costante V_1=0.5 m/s quando un sacco di massa m_2=40 kg viene lasciato cadere su di esso.

Calcolare: la velocità V_2 con cui l'insieme carrello+sacco giunge ad urtare il respingente e la forza elastica della molla, avente costante elastica k= 0.8 N/mm, esercitata nell'istante di compressione massima.



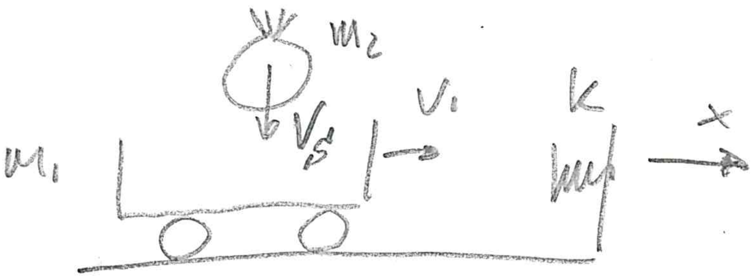
$k = 0{,}8\ N/mm$

$m_1 = 130\ kg$

$m_2 = 40\ kg$

$V_1 = 0{,}5\ m/s$

$V_2,\ F_{molla\ MAX}$?



A CADUTA SACCO (PRIMA)

B CARRELLO + SACCO

C MASSIMA COMPRESSIONE MOLLA RESPINGENTE

•) $A \div B$ LUNGO x

$\Sigma F_{ex} = 0 \qquad Q_x = COST$

$m_1 V_1 = (m_1 + m_2) V_2 \qquad V_2 = \frac{m_1 V_1}{m_1 + m_2} = \frac{130 \cdot 0{,}5}{130+40} = 0{,}38\ m/s$

$\cancel{L_e} + L_i = \Delta E_c + \Delta E \ldots$

$L_i = \Delta E_c = \frac{1}{2}(m_1+m_2)V_2^2 - \left[\frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_S^2\right]$

•) $B \div C$

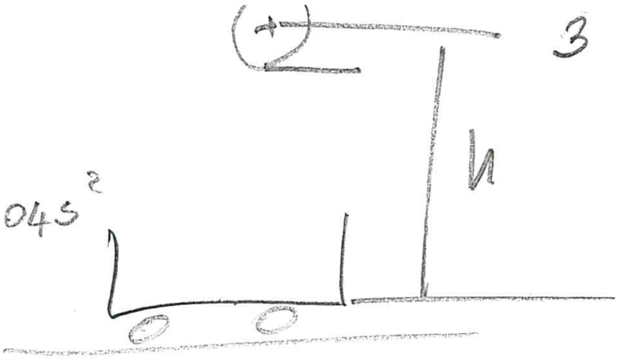
$\cancel{L_e} + \cancel{L_i} = \Delta E_c + \Delta E_k + \ldots$

$0 = \left[0 - \frac{1}{2}(m_1+m_2)V_2^2\right] + \left[\frac{1}{2} k x^2 - 0\right]$

$\cancel{\frac{1}{2}} k x^2 = \cancel{\frac{1}{2}}(m_1+m_2)V_2^2; \qquad x^2 = \frac{(m_1+m_2)V_2^2}{k} = \frac{(130+40)(0{,}38)^2}{800}$

$x^2 = 0{,}03\ m^2 \qquad x_{MAX} = (\pm)\ 0{,}18\ m$

$F_{MAX} = k x_{MAX} = 800 \cdot 0{,}18 = 141{,}0\ N$



$h = 10\,m$

$h = \frac{1}{2} g t^2 \qquad t^2 = \frac{2h}{g} = \frac{2 \cdot 10}{9{,}81} = 2{,}04\,s^2$

$V_s = g t \qquad t = 1{,}42\,s$

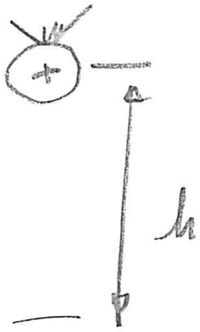
$V_s = 9{,}81 \cdot 1{,}42 = 14 \frac{m}{s}$

$L_i = \Delta E_c = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) V_2^2 - \left[\frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_s^2\right] =$

$= \frac{1}{2}\left\{(130+40)(0{,}38)^2 - \left[130 \cdot (0{,}5)^2 + \underbrace{40 \cdot (14)^2}\right]\right\} =$

$= -3927{,}98\,J$

SACCO

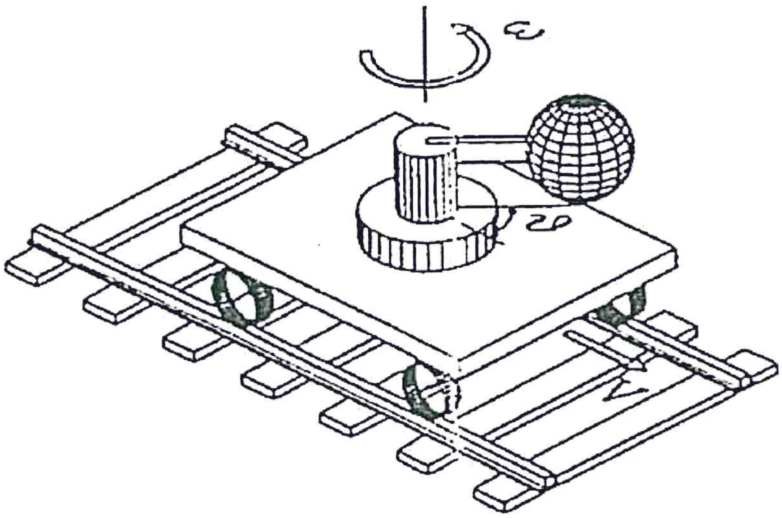


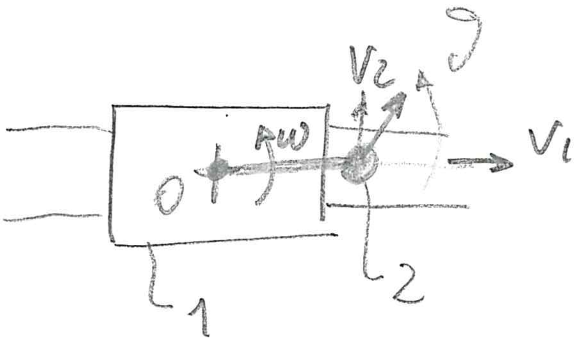
$\cancel{L_e} + \cancel{L_i} = \Delta E_c + \Delta E_g + \dots$

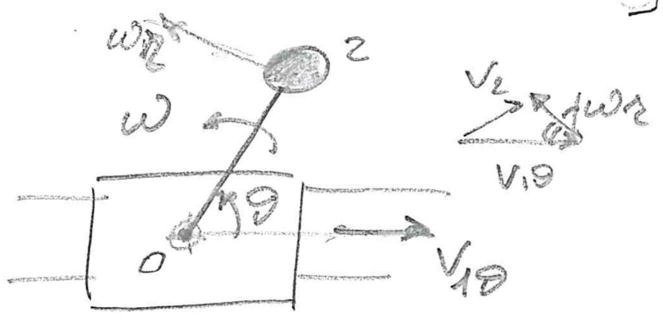
$\Delta E_c = \Delta E_g = 0 - mgh = 40 \cdot 9{,}81 \cdot 10$

$0 - \frac{1}{2} m_2 V_s^2 = -mgh$

Il carrello 1 avente massa $m_1=20\ kg$ viaggia su un binario orizzontale. Sul carrello è montato un braccio di massa trascurabile lungo $r=0.4\ m$ e portante all'estremità una massa concentrata $m_2=5\ kg$. Il braccio ruota a velocità angolare costante $\omega=4\ rad/s$.
Se il carrello ha velocità $V=0.6\ m/s$ quando $\theta=0^\circ$, determinare V quando $\theta=60^\circ$.

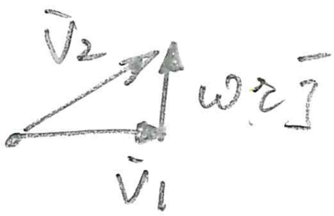


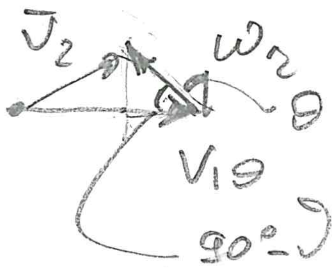




$$\bar{V}_2 = \bar{V}_0 + \bar{V}_{2/0} = \bar{V}_1 + \bar{V}_{2/0}$$

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_0 + \bar{V}_{2/0} = \bar{V}_{1\vartheta} + \bar{V}_{2/0}$$





$$\sum \bar{F}_e = \frac{d\bar{Q}}{dt} \qquad \sum F_{ex} = \frac{dQ_x}{dt} \qquad \sum F_{ex} = 0 \qquad Q_x = cost$$

$$m_1 V_1 + m_2 V_{2x}$$

$$(m_1 + m_2) V_1 = m_1 V_{1\vartheta} + m_2 V_{2x}$$

$$(m_1 + m_2) V_1 = m_1 V_{1\vartheta} + m_2 \left[V_{1\vartheta} - \omega r \cos(90-\vartheta) \right]$$

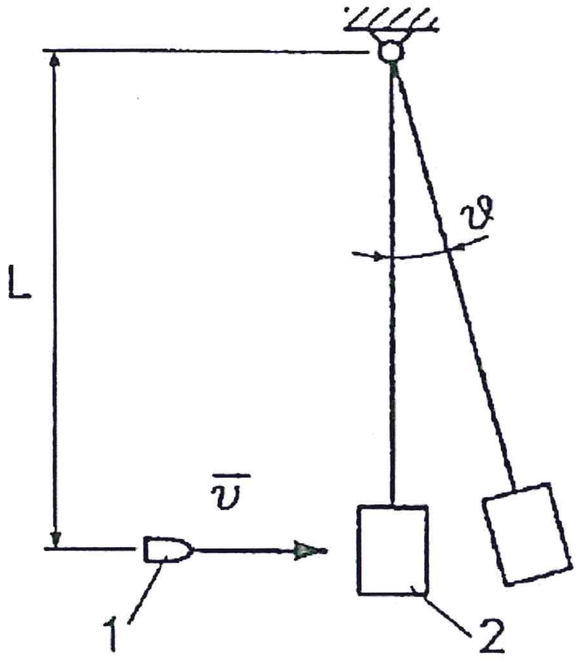
$$V_{1\vartheta} = \frac{(m_1+m_2) V_1 + m_2 \omega r \cos(90-\vartheta)}{m_1 + m_2} =$$

$$= \frac{(20+5) \cdot 0{,}6 + 5 \cdot 4 \cdot 0{,}4 \cos(90-60)}{20+5} = 0{,}88 \ m/s$$

Il proiettile di massa m_1 viene sparato contro una massa m_2 sospesa ad un pendolo. L'elongazione massima del pendolo dopo l'impatto perfettamente anelastico è pari all'angolo ϑ.
Determinare la velocità del proiettile e la percentuale di energia persa durante l'urto.

$m_1 = 60\ g$
$m_2 = 30\ kg$
$L = 3\ m$
$\vartheta = 15°$

Assumendo la stessa velocità iniziale del proiettile, determinare le velocità del proiettile e del pendolo dopo l'impatto nell'ipotesi di urto perfettamente elastico.

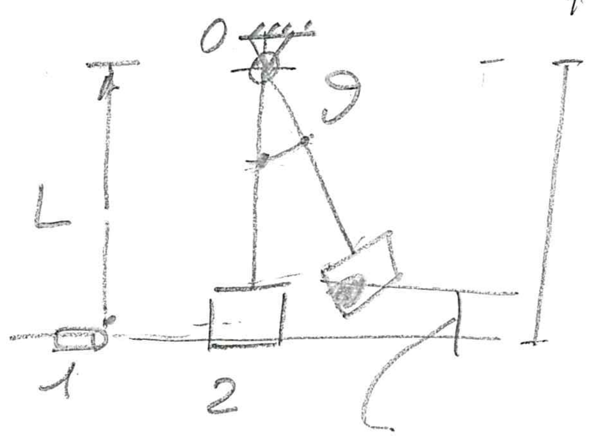


$m_1 = 60\,g$

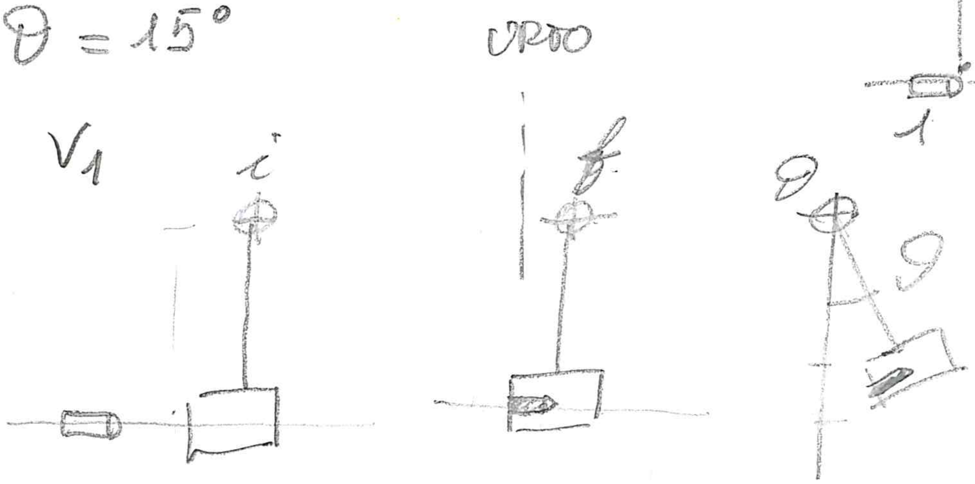
$m_2 = 30\,kg$

$L = 3\,m$

$\vartheta = 15°$



$h = L - L\cos\vartheta$



$$m_1 V_{1i} = (m_1 + m_2) V_f \Rightarrow V_f = \frac{m_1 V_{1i}}{m_1 + m_2}$$

$$L_e + L_i = \Delta E_c + \Delta E_g + \cdots \qquad f - \vartheta$$

$$0 = 0 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2) V_f^2 + (m_1 + m_2) g h - 0$$

$$0 = -\frac{1}{2}(m_1 + m_2)\left(\frac{m_1 V_{1i}}{m_1 + m_2}\right)^2 + (m_1 + m_2) g L (1 - \cos\vartheta)$$

$$V_{1i} = \frac{m_1 + m_2}{m_1}\sqrt{2 g L (1 - \cos\vartheta)} =$$

$$= \frac{60 \cdot 10^{-3} + 30}{60 \cdot 10^{-3}}\sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 3 (1 - \cos 15°)} = 709{,}51\ m/s$$

$$V_f = \frac{m_1 V_{1i}}{m_1 + m_2} = \frac{60 \cdot 10^{-3} \cdot 709{,}51}{30 + 60 \cdot 10^{-3}} = 1{,}42\ m/s$$

$$L_e + L_i = \Delta E_c + \Delta E \ldots$$

$$L_i = \Delta E_c$$

$$L_i = \frac{1}{2}(m_1+m_2)V_f^2 - \frac{1}{2} m_1 V_{1i}^2$$

$$L_i = \frac{1}{2}\left[(60 \cdot 10^{-3} + 30) \cdot (1{,}42)^2 - 60 \cdot 10^{-3} \cdot (709{,}51)^2\right] =$$

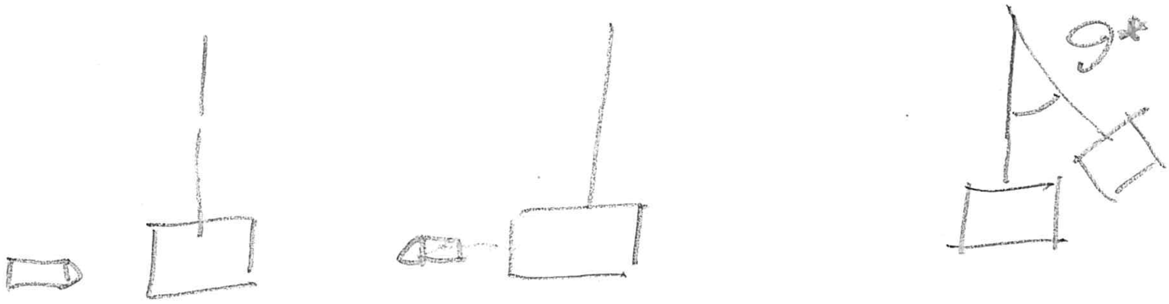
$$= 15071{,}83 \text{ J}$$

$$E_{ci} = \frac{1}{2} m_1 V_{1i}^2 = \frac{1}{2} 60 \cdot 10^{-3} \cdot (709{,}51)^2 = 15102{,}13 \text{ J}$$

$$\frac{L_i}{E_{c1}} = 99{,}8\,\%$$

URTO ELASTICO

$$m_1 V_{1i} = m_1 V_{1f} + m_2 V_{2f}$$



$$\frac{1}{2} m_1 V_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 V_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 V_{2f}^2$$

$$V_{1f} = V_{1i} - \frac{m_2}{m_1} V_{2f}$$

$$\cancel{\frac{1}{2} m_1 V_{1i}^2} = \cancel{\frac{1}{2} m_1 V_{1i}^2} + \frac{1}{2} m_1 \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 V_{2f}^2 - m_1 \frac{m_2}{m_1} V_{1i} V_{2f} + \frac{1}{2} m_2 V_{2f}^2$$

$$\frac{1}{2} \frac{m_2^2}{m_1} V_{2f}^2 - m_2 V_{1i} V_{2f} + \frac{1}{2} m_2 V_{2f}^2 = 0$$

$$m_2 V_{2f} \left[\frac{1}{2} \frac{m_2}{m_1} V_{2f} - V_{1i} + \frac{1}{2} V_{2f} \right] = 0$$

$$V_{2f} = 0$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{m_2}{m_1} + 1\right) V_{2f} - V_{1i} = 0$$

$$V_{2f} = V_{1i} \frac{2 m_1}{m_1 + m_2} = 209,51 \frac{2 \cdot 60 \cdot 10^{-3}}{60 \cdot 10^{-3} + 30} = 2,83 \frac{m}{s}$$

$$L_e + L_i = \Delta E_c + \Delta E_g + \cdots$$

$$0 = \left[0 - \frac{1}{2} \cancel{m_2} v_{2f}^2\right] + \left[\cancel{m_2} g h - 0\right]$$

$$h = \frac{1}{2} v_{2f}^2 \frac{1}{g} = \frac{1}{2}(2,83)^2 \cdot \frac{1}{9,81} = 0,41 \, m$$

$$h = L(1 - \cos\vartheta)$$

$$\cos\vartheta = \frac{L - h}{L} = \frac{3 - 0,41}{3} = 30,24^\circ$$