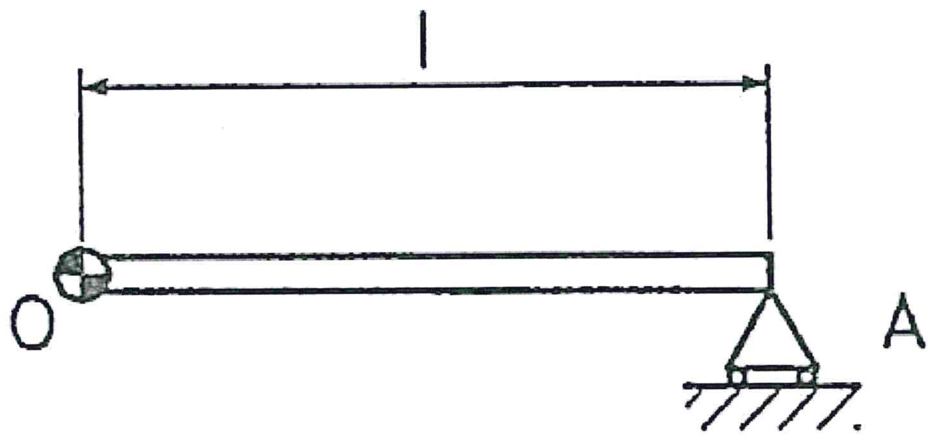
19.10.16 1

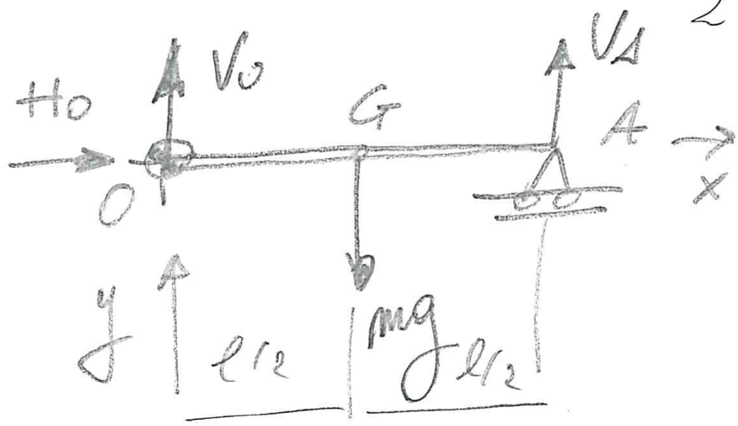
La trave raffigurata, incernierata in O e sostenuta dall'appoggio A, ha massa $m = 20$ kg

Trascurando gli attriti, determinare la reazione vincolare in O:

1. in condizioni statiche;
2. nell'istante in cui viene tolto l'appoggio in A.



$m = 20\,kg$



$x)\ H_O = 0$

$y)\ V_O - mg + V_A = 0$

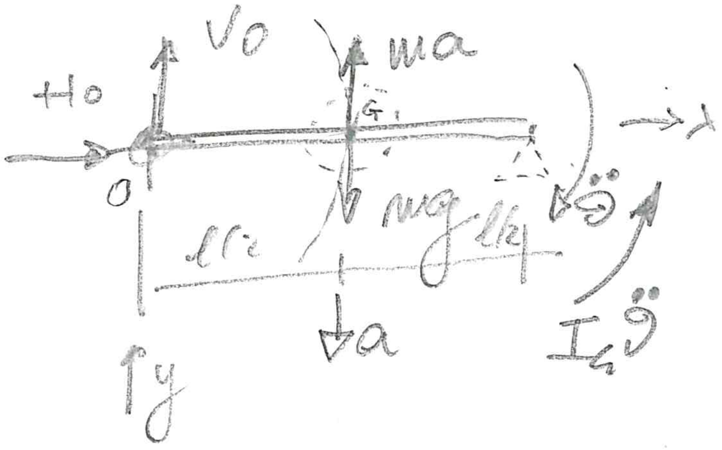
$a)\ -V_A \frac{l}{2} + V_O \frac{l}{2} = 0$

$V_A = V_O$

$V_O - mg + V_O = 0$

$2V_O = mg$

$V_O = V_A = \frac{mg}{2} = \frac{20 \cdot 9{,}81}{2} = 98{,}1\,N$



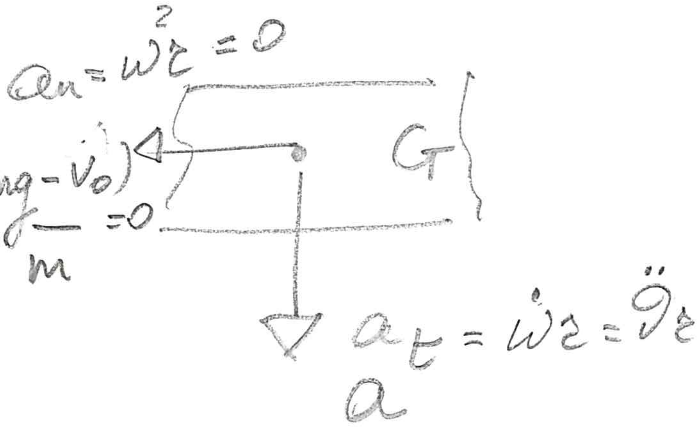
$x)\ H_0 = 0$

$y)\ V_0 + ma - mg = 0$

$O)\ ma\frac{l}{2} - mg\frac{l}{2} + I_G\ddot{\vartheta} = 0$

$$a = \ddot{\vartheta}\frac{l}{2}$$

$$a = \frac{mg - V_0}{m}$$



$$m\frac{mg - V_0}{m}\frac{l}{2} - mg\frac{l}{2} + \frac{ml^2}{12}\cdot\frac{2}{l}\frac{(mg - V_0)}{m} = 0$$

$$\cancel{m}a\frac{\cancel{l}}{2} - \cancel{m}g\frac{\cancel{l}}{2} + \frac{\cancel{m}l^{\cancel{2}}}{\cancel{12}_{6}}\frac{\cancel{2}a}{\cancel{l}} = 0$$

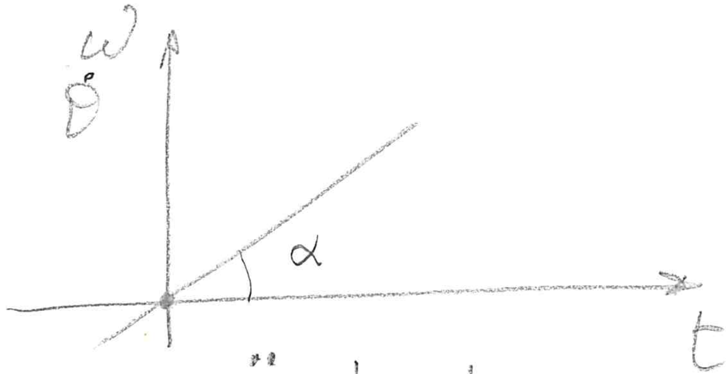
$$\frac{a}{2} - \frac{g}{2} + \frac{a}{6} = 0$$

$$3a - 3g + a = 0$$

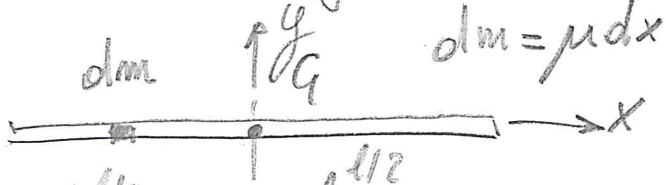
$$4a = 3g$$

$$a = \frac{3}{4}g = 7{,}36\ \frac{m}{s^2}$$

$$V_0 = m(g - a) = 49{,}05\ N$$



$$\ddot{\vartheta} = tg\,\alpha$$

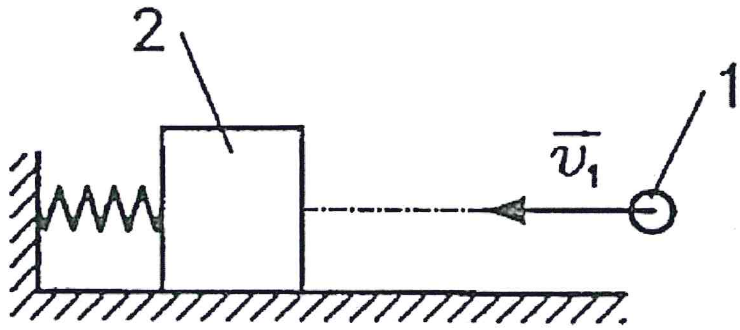


$$I_{Gzz} = \int_{-\frac{l}{2}}^{l/2} x^2 dm = \int_{-l/2}^{l/2} x^2 \mu\, dx =$$

$$= \mu\int_{-l/2}^{l/2} x^2 dx = \mu\left.\frac{x^3}{3}\right]_{-l/2}^{l/2} = \frac{ml^2}{12}$$

Una sfera 1 di massa $m_1 = 50g$ viene lanciata con una velocità $v_1 = 500\ m/s$ contro il blocco 2 di massa $m_2 = 5\ kg$. Il blocco è collegato ad una molla di rigidezza $k = 1000\ N/m$. Trascurando qualsiasi fenomeno di attrito, calcolare, nei due casi di urto anelastico ed elastico:

1. le velocità $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ dopo l'urto;
2. l'energia dissipata durante l'urto;
3. la massima deformazione della molla.



URTO ANELASTICO

•) VELOCITA' DOPO L'URTO

$$\Delta Q = 0$$

$$m_1 V_1 = (m_1 + m_2) V_d$$

$$V_d = \frac{m_1 V_1}{m_1 + m_2} = \frac{50 \cdot 10^{-3} \cdot 500}{50 \cdot 10^{-3} + 5} = 4,95 \, m/s$$

$$* \; \cancel{L_e} + L_i = \Delta E_c + \cancel{\Delta E_g} + \Delta E_k + \Delta E \ldots$$

$$L_i = \left[\frac{1}{2}(m_1 + m_2) V_d^2 - \frac{1}{2} m_1 V_1^2 \right]$$

$$L_i = \frac{1}{2}\left[(5 + 50 \cdot 10^{-3}) \cdot (4,95)^2 - 50 \cdot 10^{-3} \cdot 500^2 \right] =$$

$$= -6188,13 \,]$$

•) SCHIACCIAMENTO MOLLA

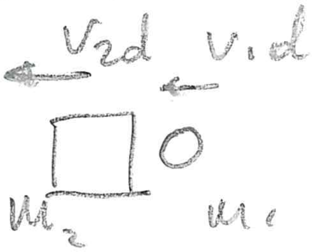
$$0 + 0 = \left[0 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2) V_d^2 \right] + 0 + \left[\frac{1}{2} k x^2 - 0 \right]$$

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2) V_d^2 \cdot \frac{2}{k} = x^2$$

$$x^2 = \frac{1}{2}(5 + 50 \cdot 10^{-3})(4,95)^2 \cdot \frac{2}{1000} = 0,124 \, m^2$$

$$x = 0,35 \, m$$

URTO ELASTICO



•) VELOCITA' DOPO L'URTO

$$\Delta Q = 0$$

$$1)\ m_1 V_1 = m_2 V_{2d} + m_1 V_{1d} \ ; \quad V_{1d} = \frac{m_1 V_1 - m_2 V_{2d}}{m_1}$$

$$L_e + L_i = \Delta E_c + \Delta E \ldots$$

$$\Delta E_c = \left(\frac{1}{2} m_1 V_{1d}^2 + \frac{1}{2} m_2 V_{2d}^2\right) - \left(\frac{1}{2} m_1 V_1^2\right) = 0$$

$$2)\ m_1 V_1^2 = m_1 V_{1d}^2 + m_2 V_{2d}^2$$

$$m_1 V_1^2 = \cancel{m_1} \frac{m_1^2 V_1^2 + m_2^2 V_{2d}^2 - 2 m_1 m_2 V_1 V_{2d}}{m_1^{\cancel{2}}} + m_2 V_{2d}^2$$

$$\cancel{m_1^2 V_1^2} = \cancel{m_1^2 V_1^2} + m_2^2 V_{2d}^2 - 2 m_1 m_2 V_1 V_{2d} + m_1 m_2 V_{2d}^2$$

$$V_{2d}^2 \left(m_2^2 + m_1 m_2\right) - 2 m_1 m_2 V_1 V_{2d} = 0$$

$$V_{2d} \left[V_{2d} \left(m_2^2 + m_1 m_2\right) - 2 m_1 m_2 V_1 \right] = 0$$

$$V_{2d} = 0$$

$$V_{2d} = \frac{2 m_1 m_2}{m_1 m_2 + m_2^2} V_1 = 9{,}90\ m/s$$

$$V_{1d} = \frac{m_1 V_1 - m_2 V_{2d}}{m_1} = -4{,}90\ m/s$$

•) SCHIACCIAMENTO MOLLA

$L_e + L_i = \Delta E_c + \Delta E_g + \Delta E_k + \text{---}$

$0 + 0 = \left[0 - \frac{1}{2} m_2 V_{2d}^2\right] + 0 + \left[\frac{1}{2} k x^2 - 0\right]$

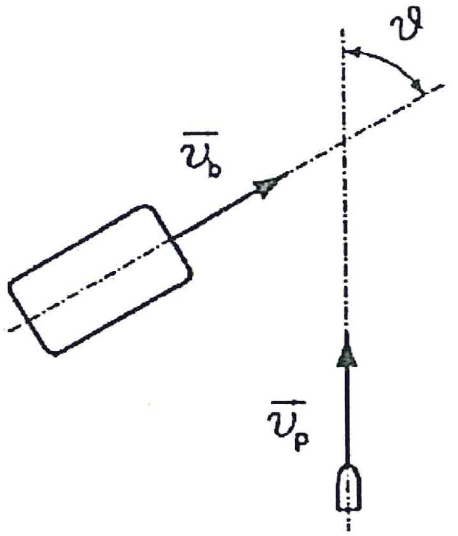
$m_2 V_{2d}^2 = k x^2$

$x^2 = \frac{m_2 V_{2d}^2}{K} = 0{,}49\, m^2$

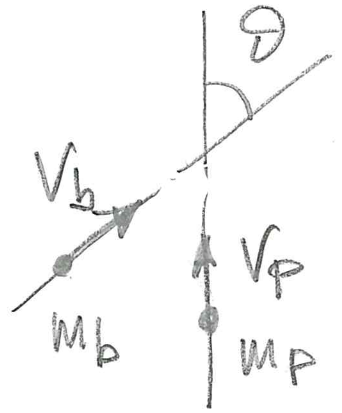
$x = \pm 0{,}7\, m \qquad x = 0{,}7\, m$

Un corpo di massa m_p, viaggiante alla velocità $\vec{v}_p$, colpisce centralmente un blocco di massa m_b conficcandosi all'interno di esso. Il blocco si muove inizialmente con velocità $\vec{v}_b$ formante un angolo ϑ rispetto alla direzione della velocità del corpo.
Determinare la velocità $\vec{v}_f$ dell'insieme blocco - corpo dopo l'impatto.

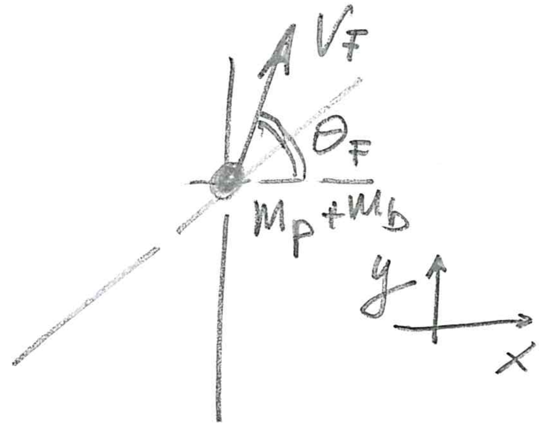
$v_p = 600\ m/s$
$m_p = 50\ g$
$v_b = 12\ m/s$
$m_b = 4\ kg$
$\vartheta = 60°$



PRIMA



DOPO



$$\Sigma \bar{F}_e = \frac{d\bar{Q}}{dt} \qquad d\bar{Q} = \int_1^2 \Sigma F_e dt$$

$$\Sigma F_{ex} = \frac{dQ_x}{dt} \qquad \Sigma F_{ex} = 0 \qquad Q_x = \text{cost}$$

$$\Sigma F_{ey} = \frac{dQ_y}{dt} \qquad \Sigma F_{ey} = 0 \qquad Q_y = \text{cost}$$

$$Q_x = \text{cost} \qquad m_b V_b \sin\vartheta = (m_p + m_b) V_F \cdot \cos\vartheta_F$$

$$Q_y = \text{cost} \qquad m_p V_p + m_b V_b \cos\vartheta = (m_p + m_b) V_F \sin\vartheta_F$$

$$\frac{m_p V_p + m_b V_b \cos\vartheta}{m_b V_b \sin\vartheta} = tg\,\vartheta_F$$

$$\vartheta_F = \text{atan}\,\frac{50 \cdot 10^{-3} \cdot 600 + 4 \cdot 12 \cos 60°}{4 \cdot 12 \sin 60°} = 52{,}41°$$

$$V_F = \frac{m_b V_b \sin\vartheta}{(m_p + m_b)\cos\vartheta_F} = \frac{4 \cdot 12 \cdot \sin 60°}{(4 + 50 \cdot 10^{-3})\cos 52{,}41°} = 16{,}83 \ m/s$$