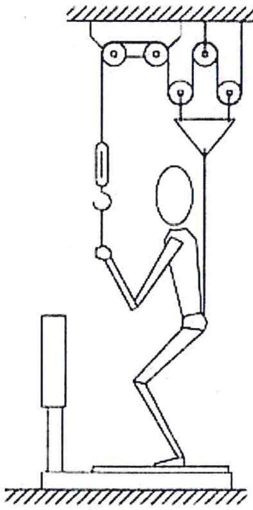
13.10.2016 1

Uno studente di meccanica desidera pesarsi, ma dispone solo di una bilancia con capacità massima di $50\ daN$ e di un piccolo dinamometro a molla con fondoscala pari a $10\ daN$. Mediante l'attrezzatura illustrata in figura egli scopre che quando esercita sulla corda una tensione che il dinamometro mostra essere pari a $9\ daN$, sulla scala della bilancia legge $37\ daN$. Quanto pesa lo studente ?



$T_B = 9\ daN$

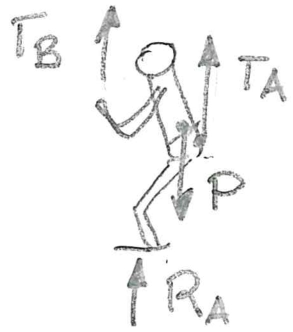
$R_A = 37\ daN$

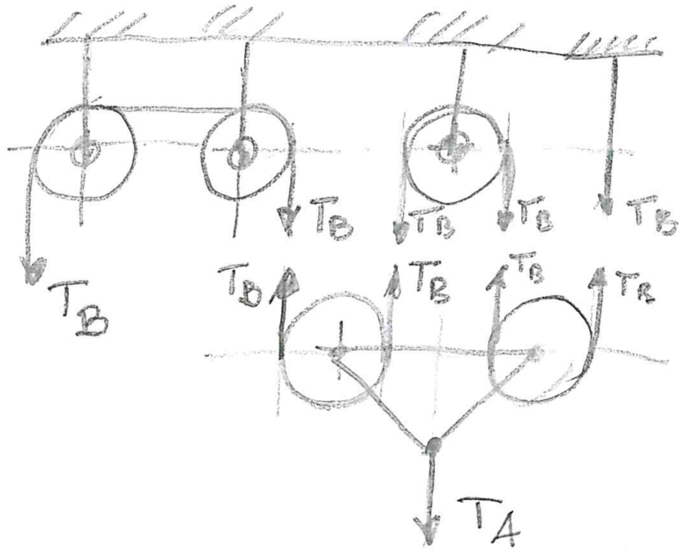
$$\begin{cases} T_A + T_B + R_A - P = 0 \\ 4T_B = T_A \end{cases}$$

T_A, P

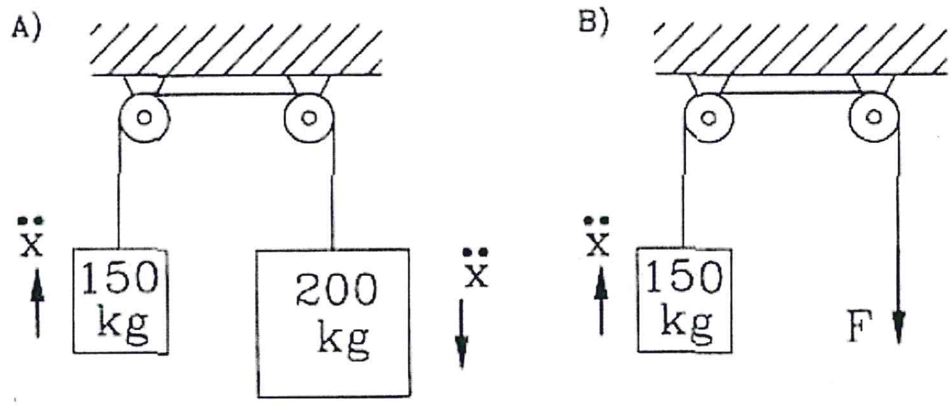
$T_A' = 36\ daN$

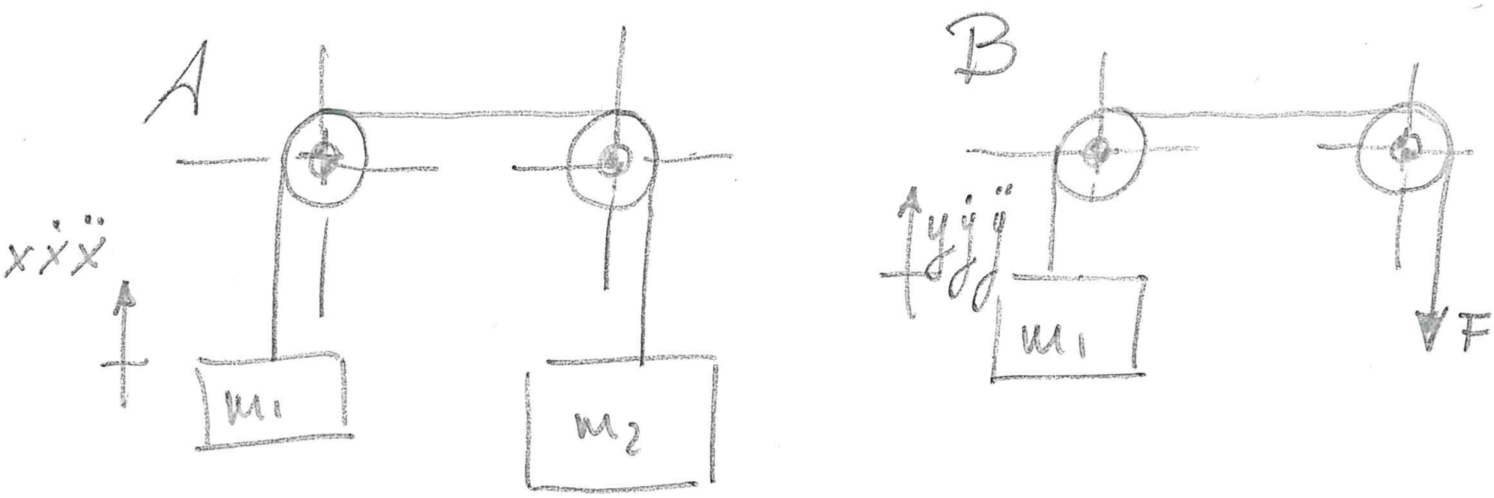
$P = 82\ daN$





Calcolare l'accelerazione verticale *a* di un cilindro avente massa pari a *150kg* per ognuno dei due casi illustrati. Trascurare l'attrito e la massa delle pulegge. Nel caso B) è applicata alla fune una forza *F=200·9.81 N.*



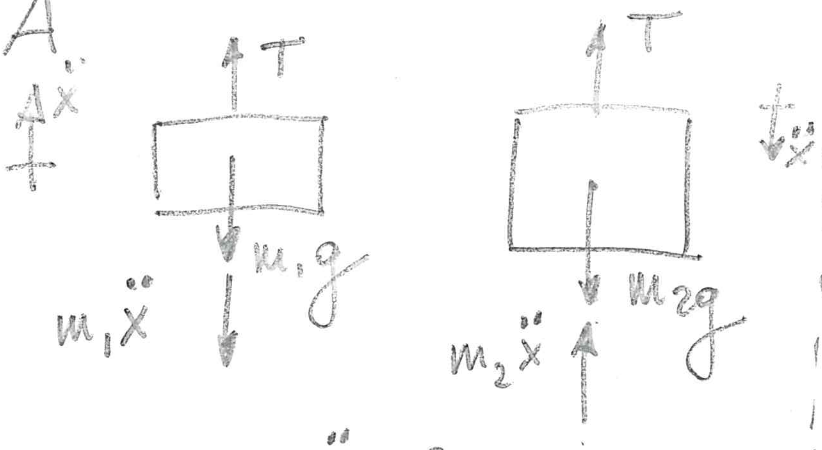


$m_1 = 150\,\mathrm{kg}$

$m_2 = 200\,\mathrm{kg}$

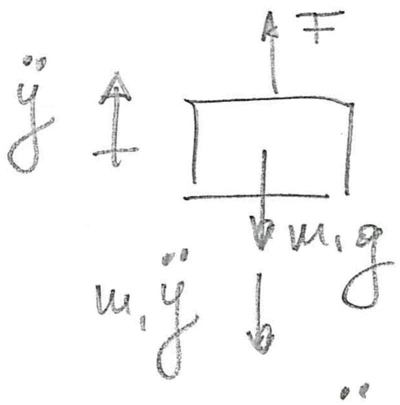
$F = m_2 g = 1962.0\,\mathrm{N}$

A



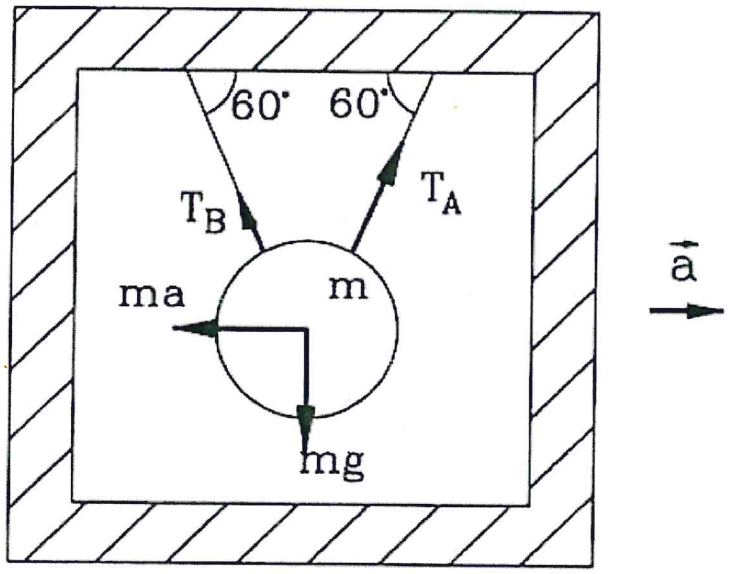
$$T - m_1 g - m_1 \ddot{x} = 0$$
$$T - m_2 g + m_2 \ddot{x} = 0$$
$$m_1 g + m_1 \ddot{x} = m_2 g - m_2 \ddot{x}$$
$$\ddot{x}(m_1 + m_2) = g(m_2 - m_1)$$
$$\ddot{x} = g\,\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \doteq 1{,}40\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

B



$$F - m_1 g - m_1 \ddot{y} = 0$$
$$\ddot{y} = \frac{F - m_1 g}{m_1} = 3{,}27\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

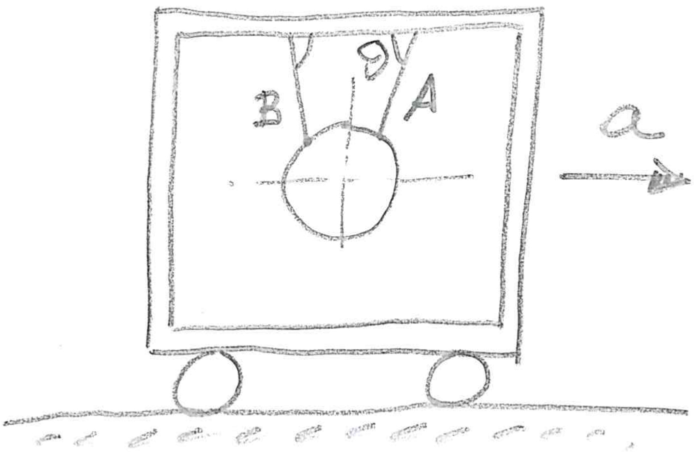
Una sfera di acciaio è appesa mediante due corde A e B ad un telaio. Il telaio è in moto con accelerazione non nulla. Determinare l'accelerazione *a* del telaio che produce una tensione nella corda A doppia rispetto a quella prodotta nella corda B.



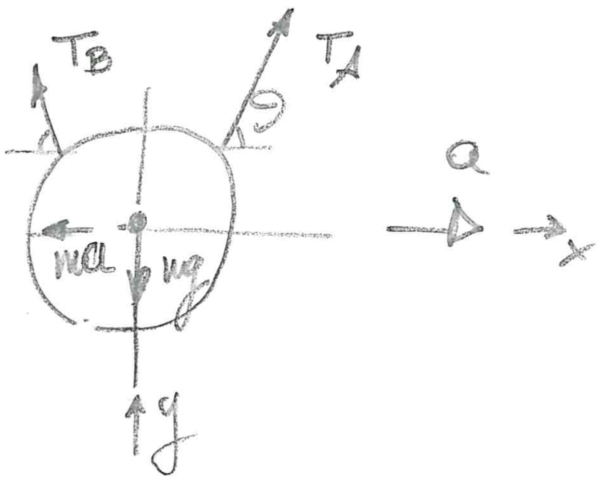
$\vartheta = 60^\circ$

$T_A = 2T_B$

$a?$



$$\begin{cases} T_A\cos\vartheta - T_B\cos\vartheta - ma = 0 \\ T_A\sin\vartheta + T_B\sin\vartheta - mg = 0 \\ T_A = 2T_B \end{cases}$$



$$T_B\cos\vartheta = ma$$

$$3T_B\sin\vartheta = mg$$

$$\frac{T_B}{3T_B}\frac{\cos\vartheta}{\sin\vartheta} = \frac{a}{g}$$

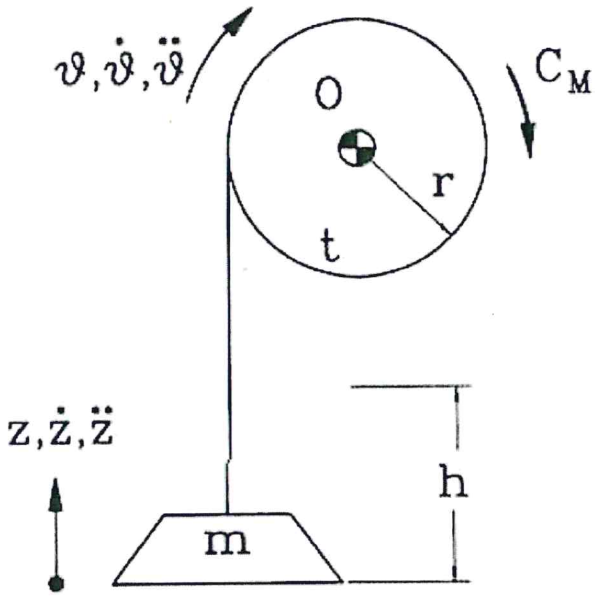
$$a = g\,\frac{1}{3}\,\frac{1}{tg\vartheta}$$

$$a = 1{,}89\ m/s^2$$

Un argano, il cui tamburo ha una massa m_t=100 *kg* ed un raggio *r*=0.15 *m*, deve sollevare un peso di massa *m*=200 *kg*. Le condizioni all'istante *t*=0 sono $z \approx 0$; $\dot{z}=0$.

1) Calcolare la coppia C_M (costante) da applicare affinché la velocità della massa abbia il valore di 1 *m/s* alla quota *h*=2 *m*.

2) Calcolare le reazioni vincolari in O.

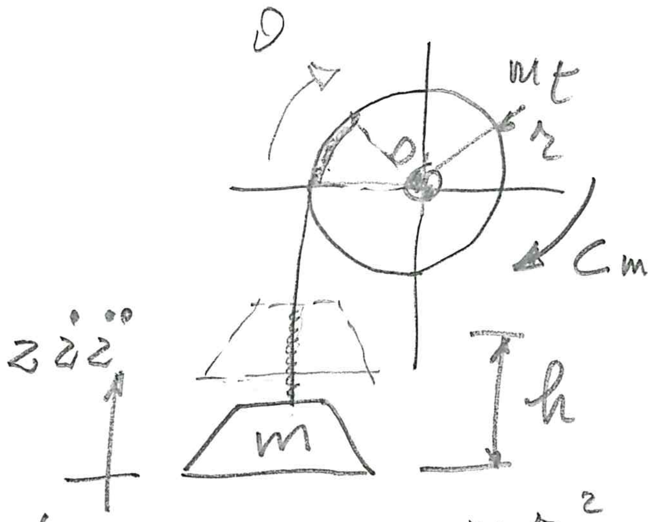


$m_t = 100\,kg$

$r = 0,15\,m$

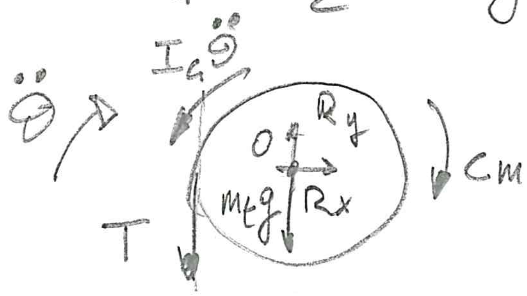
$m = 200\,kg$

$t=0 \quad z = \dot z = \ddot z = 0$



$C_m\,?\ /\ h = 2m \qquad \dot z_{h=2m} = 1\,m/s$

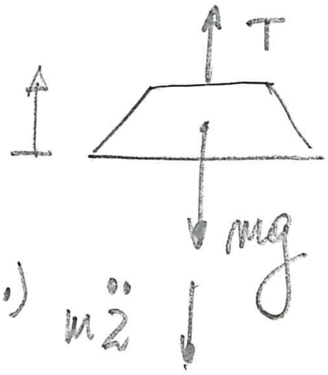
$I_G = \frac{m_t r^2}{2} = 1,12\,kg$



2) $T - mg - m\ddot z = 0$ $(\cdot)$

$\circlearrowright$) $C_m - Tr - I_G\ddot\vartheta = 0$ $(\cdot\cdot)$

$$\begin{cases} h = \frac{1}{2}\ddot z t^2 \\ \dot z = \ddot z t \end{cases} \qquad h = \frac{1}{2}\ddot z \frac{\dot z^2}{\ddot z^2} \qquad t = \frac{\dot z}{\ddot z}$$



$h = \frac{1}{2}\frac{\dot z^2}{\ddot z} \qquad \ddot z = \frac{1}{2}\frac{\dot z^2}{h} = \frac{1}{4} = 0,25\,\frac{m}{s^2}$ $(\cdot\cdot\cdot)$

$z = \vartheta r$

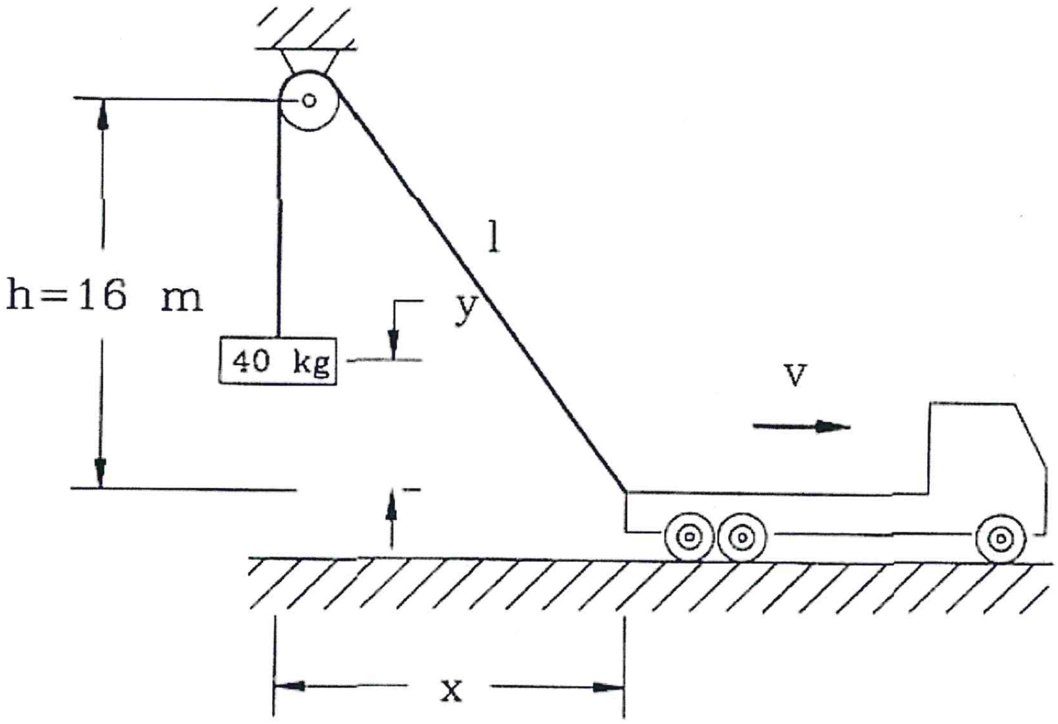
$\ddot z = \ddot\vartheta r$ $(\cdot\cdot\cdot\cdot)$

$T - mg - m\ddot z = 0 \qquad T - 1962 - 50 = 0\,;\ T = 2012\,N$

$C_m - Tr - I_G\frac{\ddot z}{r} = 0 \qquad C_m - 2012\cdot 0,15 - 1,12\frac{0,25}{0,15} = 0\,;\ C_m = 303,6\,N/m$

$$\begin{cases} R_y - m_t g - T = 0 \\ R_x = 0 \end{cases} \qquad R_y = m_t g + T = 100\cdot 9,81 + 2012 = 2993\,N$$

Un'autocarro, che si muove a velocità costante v=5 m/s ($\ddot{x}=0$), deve sollevare una massa m=40 kg mediante una carrucola. Data la configurazione geometrica indicata in figura (x=12 m), calcolare la tensione T nella fune.

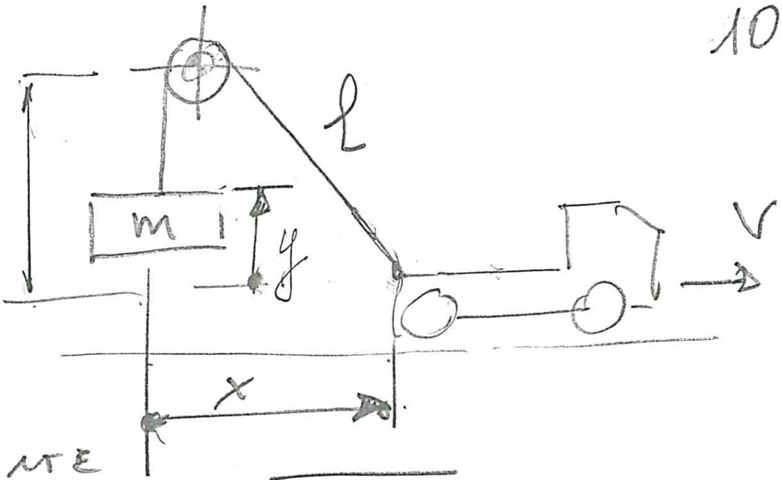


$V = 5\,m/s \quad a = 0$

$h = 16\,m$

$x = 12\,m$

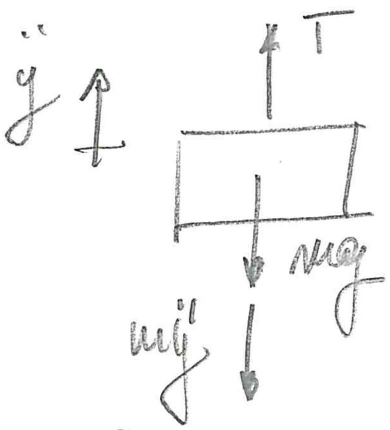
$T_{FUNE}\ ?$



LUNGHEZZA FUNE COSTANTE

$$L = h - y + l = h - y + \sqrt{(h^2 + x^2)}$$

$$0 = \frac{dL}{dt} = -\frac{dy}{dt} + \frac{1}{2\sqrt{h^2+x^2}}\,2x\,\frac{dx}{dt}$$



$$\dot{y} = \frac{x\,V}{\sqrt{h^2+x^2}}$$

$$\ddot{y} = V\,\frac{d}{dt}\left(x \cdot (h^2+x^2)^{-\frac{1}{2}}\right)$$

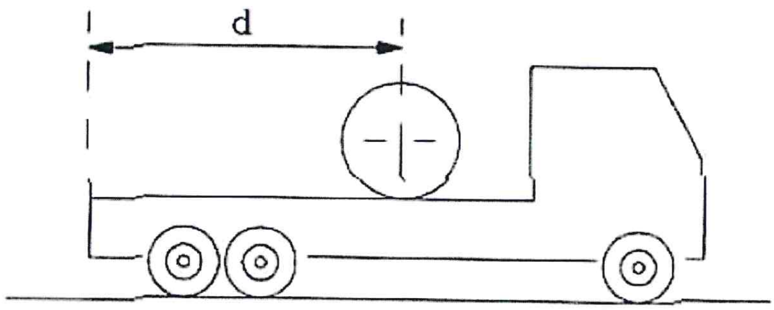
$$= V\left[\dot{x}\,(h^2+x^2)^{-\frac{1}{2}} + x\left(-\tfrac{1}{2}\right)(h^2+x^2)^{-\frac{3}{2}}\,2x\,\dot{x}\right]$$

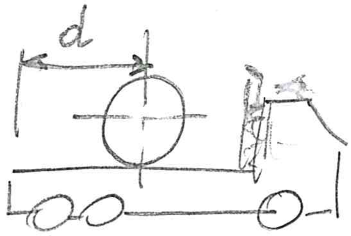
$$V\left[V\,(h^2+x^2)^{-\frac{1}{2}} - \tfrac{1}{2}\,x\,(h^2+x^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot 2x\,V\right]$$

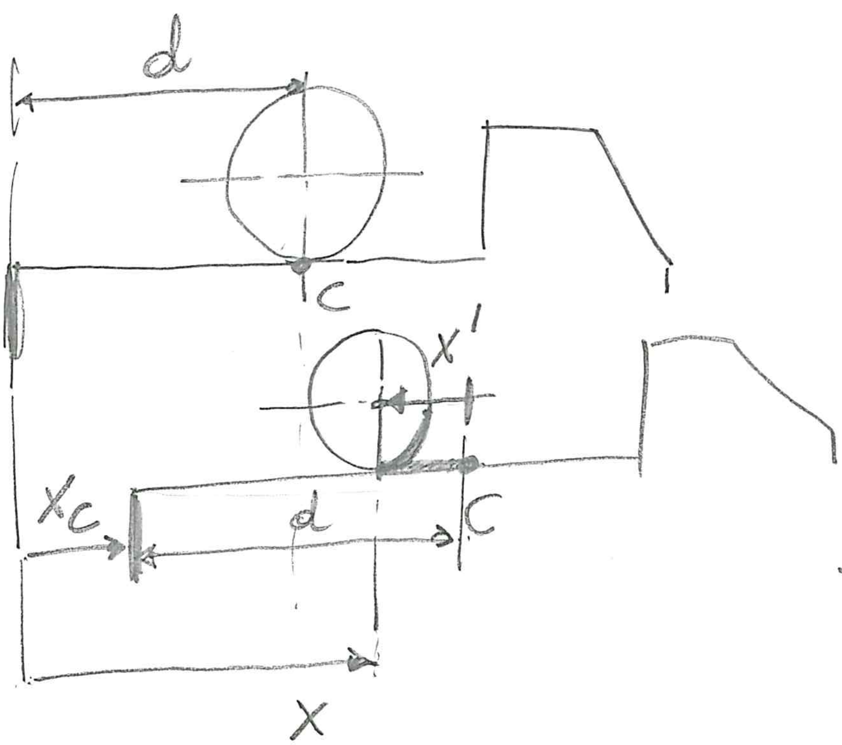
$$V^2\left[\qquad\qquad\right] = 0{,}8\,m/s^2$$

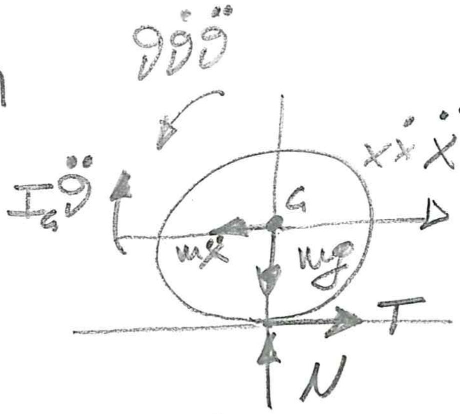
$$T - mg - m\ddot{y} = 0 \qquad T = m(g + \ddot{y}) = 424{,}4\,N$$

Un camion, inizialmente a riposo e con un solido cilindrico caricato su di esso ad una distanza d dal bordo posteriore, parte con accelerazione costante su strada orizzontale. Determinare la distanza percorsa dal camion all'istante in cui il solido cilindrico rotola fuori dalla piattaforma.









$$x_c = \frac{1}{2}\ddot x_c t^2$$

$$x' + x = x_c + d$$

$$x_c = x' + x - d$$

$$\ddot x_c = \ddot x' + \ddot x$$

$$x_c = \frac{1}{2}(\ddot x' + \ddot x)t^2$$

$$x_c = \frac{1}{2}\left(\ddot x' + \frac{\ddot x'}{2}\right)t^2 = \frac{3}{4}\ddot x' t^2$$

$$d = \frac{1}{2}\ddot x' t^2 \qquad t^2 = \frac{2d}{\ddot x'}$$

$$x_c = \frac{3}{4}\ddot x' \frac{2d}{\ddot x'} = \frac{3}{2}d$$

$$x' = r\theta$$

$$\theta = x'/r$$

$$\square\ T - m\ddot x = 0$$

$$\circ\ Tr - I_G\ddot\theta = 0$$

$$\ddot\theta = \ddot x'/r$$

$$I_G = \frac{mr^2}{2}$$

$$Tr - \frac{mr^2}{2}\frac{\ddot x'}{r} = 0$$

$$T\cancel{r} = \frac{m\cancel{r}}{2}\ddot x'$$

$$\bullet\ T = m\frac{\ddot x'}{2}$$

$$\square\ T = m\ddot x$$

$$\ddot x = \frac{\ddot x'}{2}$$