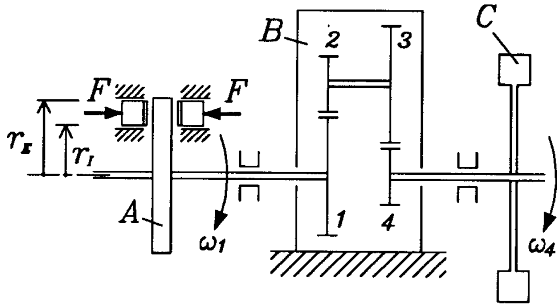
Il sistema raffigurato è costituito dal freno a disco A, dal moltiplicatore di velocità B e dal volano C.

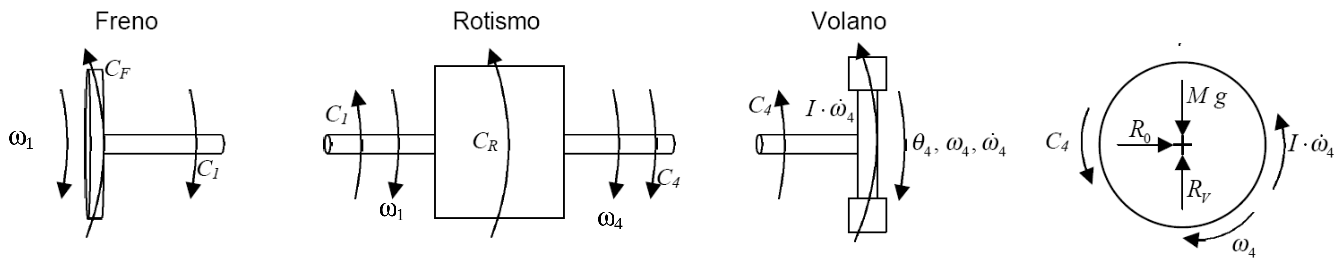


Dati:
z1 = 60 numero denti ruota 1;
z2 = 30 numero denti ruota 2;
z3 = 60 numero denti ruota 3;
z4 = 30 numero denti ruota 4;
r_I = 100 raggio interno freno;
r_E = 150 mm raggio esterno freno;
η = 1 rendimento del moltiplicatore;
I = 1 kg m2 momento d'inerzia del volano;
f = 1 coefficiente d'attrito tra pastiglie e disco;

Supponendo che all'istante t = 0 s, in cui il volano ha una velocità ω_{40} = 50rad/s, vengano applicate alle pastilie del freno le forze F = 300 N,

Si chiede di calcolare:
1. il momento frenante sviluppato dal freno a disco;
2. l'accelerazione angolare del disco del freno;
3. il numero di giri compiuti dal volano durante l'intera fase di frenata.

Il sistema può essere suddiviso in sottosistemi, per ciascuno di essi si possono tracciare i diagrammi di corpo libero:



1. Il momento frenante risulta essere:

$$C_f = n f F \frac{r_i + r_e}{2}$$

dove n è il numero di superfici d'attrito che, in questo caso, è 2.

$$C_f = 2 f F \frac{r_i + r_e}{2} = f F (r_i + r_e) = 75\,\text{Nm}$$

2. Per l'equilibrio del disco C1 = Cf

Essendo il rendimento η unitario si ha:

$$\eta = \frac{P_U}{P_E} = \frac{C_1 \omega_1}{C_4 \omega_4}$$

$$C_1\omega_1 = C_4\omega_4 \Rightarrow C_4 = C_1 \frac{\omega_1}{\omega_4}$$

Il rapporto $i_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_4}$ è il rapporto di ingranamento del rotismo, l'albero 4 è infatti l'albero motore, dunque risulta:

$$C_4 = C_1\, i_{14} \quad i_{14} = i_{12}\, i_{34} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_3}{\omega_4} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = 0{,}25$$

L'equilibrio alla rotazione del volane è espresso da:

$$C_4 + I\dot{\omega}_4 = 0 \Rightarrow \dot{\omega}_4 = -\frac{C_4}{I}$$

Dunque si può scrivere:

$$\dot{\omega}_1 = \dot{\omega}_4 i_{14} = -\frac{C_4}{I} i_{14} = -\frac{C_4 i_{14}^2}{I} = -\frac{C_f\, i_{14}}{I} = -4{,}6875 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

3. Il volano è animato di moto uniformemente decelerato, infatti il momento frenante è costante, dunque $\dot{\omega}_4$ è costante

$$\dot{\omega}_4 = \frac{d\omega_4}{dt} \quad \Rightarrow \quad \int_0^t \dot{\omega}_4\, dt = \int_{\omega_{40}}^{\omega_4} d\omega_4 \quad \Rightarrow \quad \dot{\omega}_4\, t = \omega_4 - \omega_{40}$$

La velocità angolare del volano in un generico istante t è: $\omega_4 = \omega_{40} + \dot{\omega}_4 t$

se ω_4 =0 il volano si è fermato al tempo $t^* = -\frac{\omega_{40}}{\dot{\omega}_4}$

Per il calcolo dell'angolo percorso dal freno si ha:

$$\omega_{40} t + \frac{\dot{\omega}_4}{2} t^2 = \theta_4^*$$

$$\theta_4^* = -\omega_{40} \frac{\omega_{40}}{\dot{\omega}_4} + \frac{\dot{\omega}_4}{2} \cdot \frac{\omega_{40}^2}{\dot{\omega}_4^2} = -\frac{\omega_{40}^2}{2\dot{\omega}_4} = \frac{\omega_{40}^2 I}{2C_f\, i_{14}} = 66{,}67\,\text{rad} = 10{,}61\,\text{giri}$$